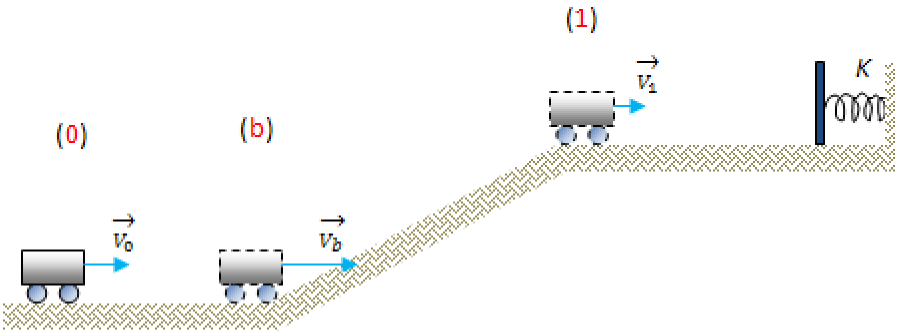
Testo

Un carrello di massa m=50 kg, si muove come in figura in assenza di attrito, con velocità V_0 = 2m/s, ad un certo istante viene applicata una forza F per un tempo t=10s la quale imprime al corpo una accelerazione a=0,9 m/s^2, il carrello successivamente affronta una salita la cui sommità è posta ad h=5m, dove in piano è situata una molla che il carrello urta.

Si determini:

1. La forza applicata;
2. L'impulso generato;
3. La velocità del carrello a fine salita;
4. Di quanto si comprime la molla quando viene urtata dal carrello, se la sua costante elastica K=5·10^5 N/m.



Strategia

I primi due punti sono abbastanza semplici, infatti basta applicare la II legge di Newton e la definizione di impulso, il terzo punto coinvolge il teorema dell'impulso e il principio di conservazione della energia meccanica, l'ultimo punto è rilevabile dalla trasformazione dell'energia cinetica residua del carrello in energia potenziale elastica.

1. Dalla II legge di Newton si ha:

$$F = ma = 50kg \cdot 0{,}9\frac{m}{s^2} = 45N$$

2. Dalla definizione di impulso e considerando che $t_0 = 0$:

$$i = F \cdot \Delta t = F(t - t_0) = Ft = 45N \cdot 10s = 450Ns$$

3. La velocità del carrello a fine salita è determinabile dalla energia cinetica residua[1] Quindi occorre determinarla, a)dalla differenza tra energia cinetica alla base della salita e energia potenziale alla sommità, e/o b)applicando il principio di conservazione della energia meccanica alla base e alla sommità della salita si ha:

a)

$$E_{c1} = E_{cb} - E_{p1}$$

b)

$$E_{Mb} = E_{M1}$$
$$E_{cb} + E_{pb} = E_{c1} + E_{p1}$$

Inoltre l'energia $E_{pb} = 0$ quindi si ricava la stessa equazione di a):

$$E_{c1} = E_{cb} - E_{p1}$$
$$\frac{1}{2}m{V_1}^2 = \frac{1}{2}m{V_b}^2 - mgh$$

[1] Ammesso che c'è ne sia, quindi occorre prima determinare se esiste.

Per risolvere il punto, sia con a) che con b), occorre determinare la velocità V_b che il carrello ha dopo aver ricevuto l'impulso della forza F.
Dal teorema dell'impulso:

$$i = \Delta q = m\Delta V \quad \Rightarrow \; \Delta V = \frac{i}{m} = \frac{450Ns}{50kg} = 9m/s$$

La velocità cercata sarà:

$$V_b = V_0 + \Delta V = 2\frac{m}{s} + 9\frac{m}{s} = 11\,m/s$$

Dalla equazione precedente possiamo procedere secondo :

a) dividendo tutti i termini per la massa e per ½ otteniamo:

$$V_1{}^2 = V_b{}^2 - 2gh = (11\frac{m}{s})^2 - 2 \cdot 9{,}8\frac{m}{s^2}5m = 23\frac{m^2}{s^2}$$

$$V_1 = \sqrt{23\frac{m^2}{s^2}} = 4{,}79m/s$$

b) determinando la energia cinetica residua E_{c1} e calcolando la velocità cercata

$$\frac{1}{2}mV_1{}^2 = \frac{1}{2}mV_b{}^2 - mgh = \frac{1}{2}50kg(\frac{11m}{s})^2 - 50kg9{,}8\frac{m}{s^2}5m$$
$$= 3025j - 2450j = 575j$$
$$V_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 575j}{50kg}} = \sqrt{23\frac{m^2}{s^2}} = 4{,}79m/s$$

4. l'ultimo punto come evidenziato nella strategia, si determina eguagliando l'energia cinetica residua (alla sommità della salita) E_{c1} alla energia potenziale elastica immagazzinata dalla molla.

$$E_{c1} = E_e$$

$$575j = \frac{1}{2}Kx^2$$

Da cui

$$x = \sqrt{\frac{2 \cdot 575j}{5 \cdot 10^5 N/m}} = 0{,}048m \cong 4{,}8cm$$

Quintino d'Annibale