I.I.S. – ITIS

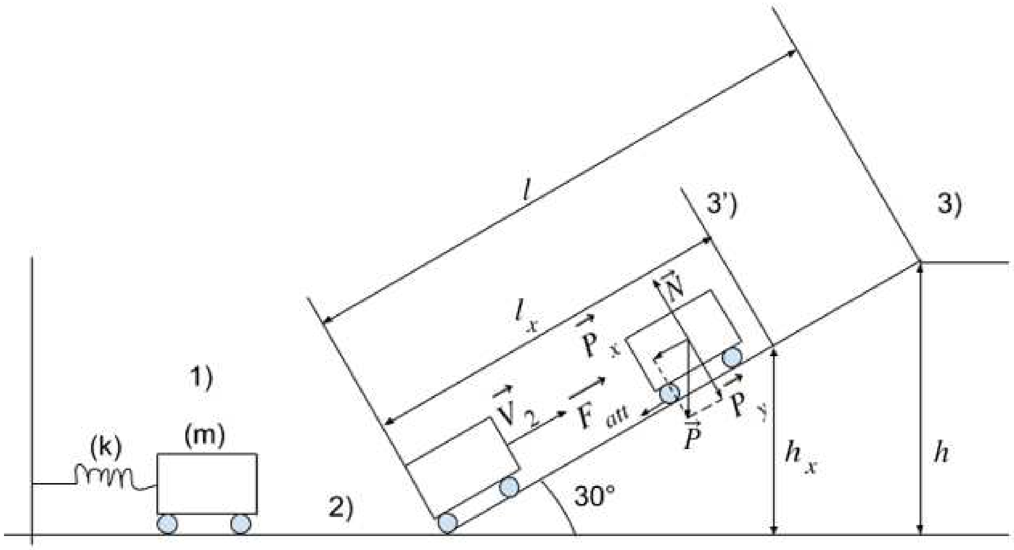
Classe II E
a.s. 2018-2019

Sviluppo curato da: ***Iubatti Domenico***
Docente: prof.Quintino d'Annibale

Testo

Una molla di costante elastica k, rilascia un carrello di massa *m* ai piedi di una salita di altezza h, dato lo schema di figura, si determini:

a) La condizione con la quale la massa m arriva in cima;
b) L'altezza h_x alla quale arriva la massa m se non soddisfatta la condizione a), tenendo conto del lavoro compiuto dalla forza di attrito dinamico;



Sviluppo

Perché la massa m raggiunga h, è necessario che l'energia fornita dalla molla in 1) sia maggiore (*in questo caso il carrello continua a muoversi dopo aver raggiunto* h) o uguale (*il carrello si ferma in h*) all'energia in 3) cioè, se $E_{M_1} \geq E_{M_3}$ il corpo raggiungera h, se invece $E_{M_1} < E_{M_3}$ il corpo non raggiungerà h. Per questo ultimo caso, uguagliando l'energia meccanica dei punti di calcolo 1) e 3') (*cioè il punto in cui il corpo si ferma*) ed esplicitando le forme di energie presenti possiamo determinare l'altezza alla quale arriva m, pertanto:

$$E_{M_1} = E_{M_{3'}} \quad \Rightarrow \quad E_{C_1} + E_{e_1} = E_{C_{3'}} + E_{P_{3'}} + L_{att,d}$$

Dove $L_{att,d}$ è il lavoro compiuto dalla forza di attrito durante la salita e E_{e_1} l'energia elastica nell'istante 1). Poiché m parte da fermo in 1) e in 3') si ferma nuovamente, possiamo semplificare i termini dell'energia cinetica ad ambo i membri:

$$E_{e_1} = E_{P_{3'}} + L_{att,d} \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = mgh_x + F_{att,d}l_x \Rightarrow$$
$$kx^2 = 2mgh_x + 2N\mu_d l_x$$

Possiamo osservare che in una singola equazione sono presenti due incognite, per poter determinare h_x, conoscendo l'angolo di inclinazione del piano, possiamo scrivere l_x in funzione di h_x, essendo l_x l'ipotenusa del triangolo rettangolo di figura con angoli (30°,60°,90°) dove, $h_x = \frac{l_x}{2} \quad \Rightarrow l_x = 2h_x$

Inoltre la forza normale esercitata dal piano è uguale in modulo alla componente verticale della forza peso $N = P_y$ pertanto possiamo determinare N in funzione di $P = mg$, da cui si ottiene: [1]$N = P_y = \frac{P\sqrt{3}}{2}$, sostituendo nell'equazione si ha:

$$kx^2 = 2mgh_x + 2\frac{mg\sqrt{3}}{2}\mu_d 2\, h_x = 2mgh_x + 2mg\sqrt{3}\mu_d h_x \Rightarrow$$

$$kx^2 = 2mg\left(h_x + \sqrt{3}\mu_d h_x\right) \Rightarrow \frac{kx^2}{2mg} = h_x + \sqrt{3}\mu_d h_x \Rightarrow \frac{kx^2}{2mg} = h_x\left(1 + \sqrt{3}\mu_d\right) \Rightarrow$$

$$h_x = \frac{kx^2}{2mg\left(1 + \sqrt{3}\,\mu_d\right)}$$

.

Domenico Iubatti

[1]Applicando il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo con lati P; P_x; P_y e angoli 30°, 60°, 90° e ricordando che in tal caso l'altezza P_xè la metà dell'ipotenusa P si ha:

$$P_y = \sqrt{P^2 - {P_x}^2} = \sqrt{P^2 - \left(\frac{P}{2}\right)^2} = \frac{P\sqrt{3}}{2}$$