I.I.S. – ITIS

Classe II E
a.s. 2018-2019

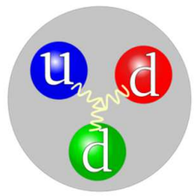
ESERCIZIO TRATTO da: La fisica di Walker - linx

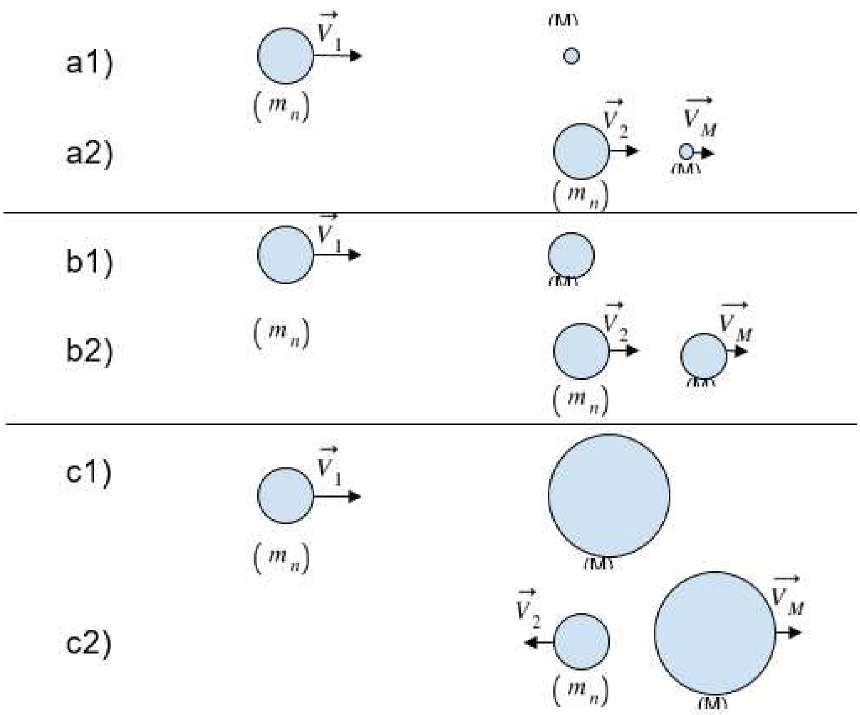
Sviluppo curato da: ***Iubatti Domenico***
Docente: prof. Quintino d'Annibale

Testo es. 80/319

Moderare un neutrone - In un reattore nucleare i neutroni prodotti dalla reazione di fissione dei nuclei devono essere rallentati in modo da poter innescare ulteriori reazioni in altri nuclei. Valuta quale tipo di materiale è più efficace per rallentare (o, come si dice in termini tecnici, "moderare") i neutroni, calcolando il rapporto $\frac{E_c}{E_{c_0}}$ fra l'energia cinetica finale e l'energia cinetica iniziale di un neutrone (la cui massa è $m_n = 1{,}009\, u$, dove u è l'unità di massa atomica, pari a $1{,}66 \cdot 10^{-27} Kg$) in un urto frontale elastico con ciascuna delle seguenti particelle bersaglio ferme:

a) Un elettrone (la cui massa è $M = 5{,}49 \cdot 10^{-4}\, u$)
b) Un protone (la cui massa è $M = 1{,}007\, u$)
c) Il nucleo di un atomo di piombo (Pb) (di massa $M = 207{,}2\, u$)





Descrizione del problema:

- In figura possiamo osservare le grandezze relative prima (a_1, b_1, c_1) e dopo (a_2, b_2, c_2) l'evento: Urto elastico.
- Indico con "m_n" e con "M" rispettivamente le masse del neutrone e delle particelle bersaglio, e con "$a_{1,2}$", "$b_{1,2}$" e "$c_{1,2}$" l'evento per ogni particella bersaglio.

Sviluppo

- Il rapporto richiesto dal problema è:

$$\frac{E_c}{E_{c_0}} = \frac{\frac{m_n}{2} V_2{}^2}{\frac{m_n}{2} V_1{}^2} = \frac{V_2{}^2}{V_1{}^2}$$

- Per calcolare e definire tale rapporto, non conoscendo alcuna velocità, è necessario determinare un rapporto equivalente mediante le masse del neutrone e delle particelle bersaglio, pertanto, trattandosi di un urto elastico, possiamo ricorrere al principio di conservazione dell'energia cinetica e al principio di conservazione della quantità di moto:

- $$\begin{cases} E_{c_1} = E_{c2} \\ q_1 = q_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{m_n}{2}{V_1}^2 = \frac{m_n}{2}{V_2}^2 + \frac{M}{2}{V_M}^2 \\ m_nV_1 = m_nV_2 + MV_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_n{V_1}^2 = m_n{V_2}^2 + M{V_M}^2 \\ m_nV_1 = m_nV_2 + MV_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_n{V_1}^2 - m_n{V_2}^2 = M{V_M}^2 \\ m_nV_1 - m_nV_2 = MV_M \end{cases} \Rightarrow$$
$$\begin{cases} m_n({V_1}^2 - {V_2}^2) = M{V_M}^2 \\ m_n(V_1 - V_2) = MV_M \end{cases} \Rightarrow [1] \quad \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}\begin{cases} m_n(V_1 + V_2)(V_1 - V_2) = M{V_M}^2 \\ m_n(V_1 - V_2) = MV_M \end{cases}$$

- Dividendo la 1) per la 2) si ha:

$V_1 + V_2 = V_M$; che sostituito nella 2):

$$m_n(V_1 - V_2) = M(V_1 + V_2) \Rightarrow$$
$$m_nV_1 - m_nV_2 = MV_1 + MV_2 \Rightarrow$$
$$m_nV_1 - MV_1 = m_nV_2 + MV_2 \Rightarrow$$
$$V_1(m_n - M) = V_2(m_n + M) \Rightarrow$$
$$\boxed{V_2 = V_1\frac{(m_n - M)}{(m_n + M)}}$$

- Sostituendo ora $V_2 = V_1\frac{(m_n-M)}{(m_n+M)}$ nel rapporto iniziale:
- $\frac{E_c}{E_{c_0}} = \frac{{V_2}^2}{{V_1}^2} = \frac{[V_1\frac{(m_n-M)}{(m_n+M)}]^2}{{V_1}^2} = \frac{\cancel{{V_1}^2}\cdot\frac{(m_n-M)^2}{(m_n+M)^2}}{\cancel{{V_1}^2}}$

$$= \frac{(m_n - M)^2}{(m_n + M)^2} = \frac{{m_n}^2 - 2m_nM + M^2}{{m_n}^2 + 2m_nM + M^2} \quad [2]$$

- Applicando la relazione trovata poc'anzi alle particelle bersaglio:

a) elettrone: $\frac{(1{,}009\,u)^2 - 2\cdot(1{,}009\,u)(5{,}49\cdot10^4\,u) + (5{,}49\cdot10^{-4}\,u)^2}{(1{,}009\,u)^2 + 2\cdot(1{,}009\,u)(5{,}49\cdot10^4\,u) + (5{,}49\cdot10^{-4}\,u)^2} \cong$ *0,9978*

b) protone: $\frac{(1{,}009\,u)^2 - 2\cdot(1{,}009\,u)(1{,}007\,u) + (1{,}007\,u)^2}{(1{,}009\,u)^2 + 2\cdot(1{,}009\,u)(1{,}007\,u) + (1{,}007\,u)^2} \cong 9{,}8 \cdot 10^{-7} \cong 1 \cdot 10^{-6}$

c) nucleo di un atomo di piombo(Pb): :$\frac{(1{,}009\,u)^2 - 2\cdot(1{,}009\,u)(207{,}2\,u) + (207{,}2\,u)^2}{(1{,}009\,u)^2 + 2\cdot(1{,}009\,u)(207{,}2\,u) + (207{,}2\,u)^2} \cong 0{,}9807$

- Dai risultati ottenuti, possiamo affermare che il materiale più efficace fra quelli analizzati per moderare un neutrone è un protone.

Iubatti Domenico

[1] Trattandosi di una differenza di quadrati si ha: $(a^2 - b^2) = (a + b)(a - b)$

[2] Dal teorema binomiale di Newton: $(a \pm b)^2 = \sum_{k=0}^{2}\binom{2}{k}a^{2-k}(\pm b)^k = a^2 \pm 2ab + b^2$