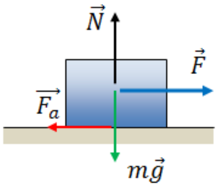
Impulso - Lavoro - energia- Principi di conservazione

1) **Un corpo di massa 50 kg è in moto rettilineo uniforme con velocità 10 m/s, ad un certo istante entra in una zona con coefficiente di attrito radente K_r=0,4. Determinare:**

- **a) La forza necessaria per mantenere costante la velocità;**
- **b) Il lavoro fatto dalla forza di attrito nei primi 5 secondi, nel caso in cui è l'unica applicata al corpo;**



a) *affinché la velocità sia costante deve risultare* : $a = 0 \quad quindi$

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \Longrightarrow \quad F - F_a = 0 \quad da\ cui$$

$$F = F_a = K_r \cdot N = 0{,}4 \cdot 50kg \cdot 9{,}8\frac{N}{kg} = 196N$$

b) *il lavoro fatto dalla forza di attrito è dato da:*

$$L = F_a \cdot \Delta S$$

Occorre determinare lo spazio che in detto tempo il corpo ha percorso, esso è dato dall'equazione del moto rettilineo uniformemente accelerato:

$$\Delta S = v_0 t \mp \frac{1}{2}at^2$$

Occorre determinare l'accelerazione che la forza di attrito imprime al corpo tramite la seconda legge di Newton

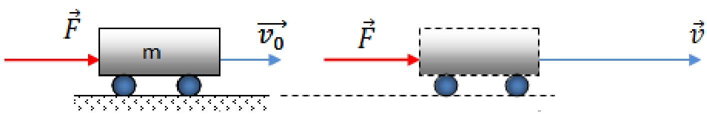
$$\sum \vec{F} = ma \quad \Longrightarrow \quad a = \frac{\sum \vec{F}}{m} = \frac{-F_a}{m} = \frac{-196N}{50kg} = -3{,}92\frac{m}{s^2}$$

$$\Delta S = 10\ \frac{m}{s}5s - \frac{1}{2}3{,}92\ \frac{m}{s^2}\ 25s^2 = 99m$$

$il\ lavoro\ sar$à:

$$L = -196N \cdot 99m = -19404J$$

2) **Un carrello di massa 50 kg, in moto su un piano orizzontale con velocità 5 m/s, ad un certo istante subisce un impulso di 20 Ns. Determinare la velocità del carrello dopo tale impulso.**



*utilizzando il **teorema dell'impulso** si può scrivere*:

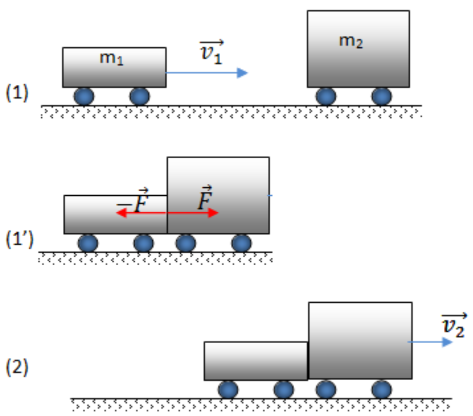
$$i = \bar{F} \cdot t = \Delta q = m\Delta v$$

Da cui possiamo ricavare la variazione di velocità del carrello e quindi la sua velocità finale, essendo uguale a:

$$v = v_0 + \Delta v = v_0 + \frac{i}{m} = 5\frac{m}{s} + \frac{20\ Ns}{50\ kg} = 5{,}4m/s$$

3) **Un carrello di massa 100 kg, in moto su un binario orizzontale con velocità 10 m/s, ne urta un altro fermo di massa 200 kg e vi rimane agganciato. Considerando nulli gli attriti, calcola:**

- **a) la velocità con la quale i due carrelli si muovono dopo l'urto;**
- **b) La forza impulsiva media che i carrelli si sono scambiati durante l'urto che ha avuto durata 0,01s.**



<u>Negli schemi, si riportano le grandezze, relative agli istanti: prima; durante; dopo l'evento (**urto anelastico**)</u>

a) *considerando i due carrelli appartenenti ad un unico sistema di masse, per il principio di conservazione della quantità di moto in un sistema isolato, prendendo in esame gli istanti (1) e (2), si ha:*

$$\boldsymbol{q_1 = q_2}$$

Essendo:

$$\boldsymbol{q_1 = m_1.v_1 + m_2 \cdot 0 = m_1.v_1}$$

$$\boldsymbol{q_2 = (m_1 + m_2)v_2}$$

Sostituendo nella prima:

$$m_1.v_1 = (m_1 + m_2)v_2 \quad da\ cui$$

$$v_2 = \frac{m_1.v_1}{(m_1 + m_2)} = \frac{100kg \cdot 10m/s}{(100 + 200)kg} \cong 3{,}333m/s$$

b) *Nell'istante (1') per un tempo **t=0,01 s**, i carrelli si scambiano una forza impulsiva, tale che ognuno di essi (preso singolarmente) cambia la propria quantità di moto, per il teorema dell'impulso si può scrivere*:

$$i = \bar{F} \cdot t$$

Applicato al carrello 1:

$$\bar{F} \cdot t = m_1.\Delta v_1 \qquad \Rightarrow \qquad \bar{F} = \frac{m_1.\Delta v_1}{t} = \frac{100kg \cdot (3{,}333 - 10)m/s}{0{,}01\ s} \cong -66{,}7\ kN$$

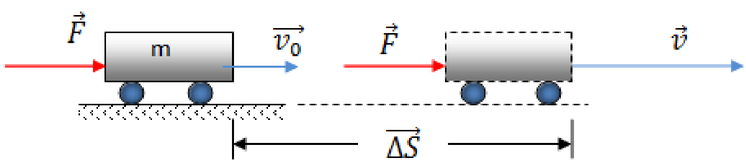
Applicato al carrello 2:

$$\bar{F} \cdot t = m_1.\Delta v_2 \qquad \Rightarrow \qquad \bar{F} = \frac{m_1.\Delta v_2}{t} = \frac{200kg \cdot (3{,}333 - 0)m/s}{0{,}01\ s} \cong 66{,}7\ kN$$

(c.d.d.)

4) A un corpo di massa 50 kg, in moto rettilineo uniforme con velocità 2 m/s, ad un certo istante viene applicata una forza costante di 100 N. Calcola:

a) il lavoro compiuto dalla forza dopo 10s ;
b) l'energia cinetica dopo tale tempo.



il lavoro è dato da:$L = F \cdot \Delta S$
occorre determinare ΔS $.si\ tratta\ di\ un\ m.rett.unif.acc.quindi$:

$\Delta S = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ *l'accelerazione la si trova dalla II di Newton : F=ma* $a = \frac{F}{m}$ $sostituendo\ si\ ha$:

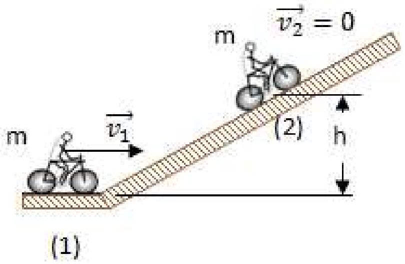
$$\Delta S = v_0 t + \frac{1}{2}\frac{F}{m}t^2 = 2\frac{m}{s}10s + \frac{1}{2} \cdot \frac{100N}{50kg}(10s)^2 = 120m$$

$$L = F \cdot \Delta S = 100N \cdot 120m = 12000j$$

Essendo la variazione dell'energia cinetica uguale al lavoro svolto si ha: $\Delta E_c = L = 12000j$
*Quindi l'energia cinetica dopo **t**= 10s sarà:*

$$E_c = E_{c0} + \Delta E_c = \frac{1}{2} m {v_0}^2 + 12000j = \frac{1}{2} 50kg \left(2\frac{m}{s}\right)^2 + 12000J = 12100J$$

2) Un ciclista, giunto all'inizio di una salita con la velocità di 36km/h, smette di pedalare. Calcola l'altezza, rispetto alla pianura, alla quale giunge il ciclista. (*si utilizzi il principio di conservazione della Em***)**



Considerato che il ciclista che inizia la salita con una velocità v_1, e che si arresta nella posizione (2), si potrebbe anche dire, che la ***variazione della energia cinetica*** *è uguale alla* ***variazione di quella potenziale****, tuttavia essendo nulli due dei valori,delle energie: nella posizione (1) è nulla l'energia potenziale; nella posizione (2) è nulla l'energia cinetica, concludiamo che l'energia cinetica che il ciclista possedeva nella posizione (1), si è trasformata in energia potenziale nella posizione (2).*

Applicando tra i punti (1) e (2) il principio di conservazione dell'energia meccanica:

$$E_{M2} = E_{M1}$$

$$E_{p2} + E_{c2} = E_{p1} + E_{c_1}$$

tenuto conto di quanto sopra riportato: che nella posizione (1) è nulla l'energia potenziale ; che nella posizione (2) è nulla l'energia cinetica, si riduce:

$(\ E_{p1} = 0 \ \ e \ \ E_{c2} = 0) \qquad \Longrightarrow \ E_{p2} = E_{c_1}$

$$\cancel{m} gh = \frac{1}{2} \cancel{m} {v_1}^2$$

Da cui

$$h = \frac{{v_1}^2}{2g} = \frac{(10m)^2}{2 \cdot 9{,}8\frac{m}{s^2}} = 5{,}1\ m$$

Q. d'Annibale