

ESERCIZIO TRATTO DAL LIBRO DI TESTO "Fondamenti di fisica" (D. Halliday, R. Resnick, J. Walker)
Capitolo 26 n° 53

Sviluppo curato da: **Francesca Caporale**
Docente: *prof. Quintino D'Annibale*

Classe 5° L.S.T. A
a.s. 2005/2006

Testo

Un condensatore a piatti paralleli di area A viene riempito con due dielettrici, come mostrato in figura. Si dimostri che la capacità è data dall'espressione

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d} \cdot \frac{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}}{2}$$

Si verifichi questa formula in tutti i casi limite che si possono pensare.

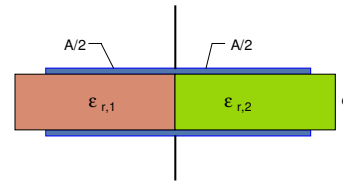


Figura 1

Sviluppo

Possiamo considerare il condensatore come se fossero due condensatori posti tra loro in parallelo. La somma delle capacità di due condensatori in parallelo è:

$$C_{eq} = \sum_{i=1}^n C_i$$

Inoltre la capacità di un condensatore, espressa attraverso le soli componenti geometriche e ambientali è:

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d}$$

Dove ξ_0 rappresenta la costante dielettrica nel vuoto, ξ_r la costante dielettrica relativa, propria del materiale, A l'area per cui si estende il condensatore e d la distanza tra i piatti.
Ora sostituendo nella prima equazione:

$$C = C_1 + C_2 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r1} \cdot \frac{A}{2 \cdot d} + \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r2} \cdot \frac{A}{2 \cdot d} = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d} \cdot \frac{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}}{2}$$

Come volevamo dimostrare.

Possiamo ipotizzare diversi casi limite:

1) I due dielettrici sono dello stesso materiale:

$$C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d} \cdot \frac{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r1}}{2} = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d} \cdot \frac{2 \cdot \epsilon_{r1}}{2} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_{r1} \cdot \frac{A}{d}$$

L'uguaglianza è la stessa già proposta, ovvero la capacità di un condensatore con un solo dielettrico inserito, come avevamo descritto nell'ipotesi.

2) Non ci sono dielettrici all'interno del condensatore, ovvero $\epsilon_r = 1$:

$$C = \frac{\xi_0 \cdot A}{d} \cdot \frac{1+1}{2} = \frac{\xi_0 \cdot A}{d}$$

L'uguaglianza rappresenta numericamente la capacità che avrebbe un condensatore senza dielettrici interposti tra i piatti.

F. Caporale