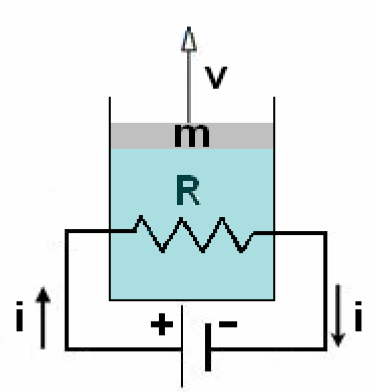
ESERCIZIO TRATTO DAL LIBRO DI TESTO "Fondamenti di fisica-Elettromagnetismo"(Halliday, Resnick, Walker)

Sviluppo curato da: **Matteo Caporrella** **Classe V LST A**
Docente: prof. Quintino d'Annibale a.s. 2006/2007

Testo

Nella figura, un avvolgimento resistivo, collegato a una batteria esterna, viene posto all'interno di un cilindro adiabatico riempito di gas ideale e dotato di un pistone senza attriti. Una corrente $i = 240mA$ scorre nell'avvolgimento, che ha resistenza di 550Ω. A quale velocità v il pistone, di massa $m = 12kg$, deve essere innalzato affinché la temperatura del gas resti invariata?



Sviluppo

Occorre innanzitutto capire ciò che avviene nel sistema considerato.
Una volta azionato il generatore, si genera un passaggio di corrente elettrica i nel circuito, e viene trasferita energia potenziale elettrica U dal generatore alla resistenza con una potenza W, nel tempo complessivo di funzionamento t:

1) $$U = W \cdot t = Vi \cdot t$$

Dove V è la differenza di potenziale prodotta dal generatore.

Tale energia viene dissipata come energia termica interna dalla resistenza, provocando un aumento di temperatura della medesima, con la stessa potenza erogata dal generatore, che vale sostituendo nella 1) a V dalla prima legge di Ohm $V = iR$:

2) $$U = Ri \cdot it = Ri^2 t$$

Tale energia viene trasmessa dalla resistenza al gas ideale in forma di calore Q, ed è quindi possibile scrivere:

$$U = Q$$

3) $$Q = Ri^2 t$$

A questo punto, per mantenere la temperatura costante si sceglie di operare una trasformazione di espansione isotermica sul gas, innalzando il pistone a velocità costante v. Applicando la seconda legge della termodinamica al sistema, si può scrivere:

4) $$Q - L = \Delta E$$

dove Q ed L sono rispettivamente le quantità di calore e il lavoro scambiati tra il sistema, in questo caso il gas nel pistone, e l'ambiente esterno, e ΔE la variazione di energia interna del gas. Ma quest'ultima è legata alla variazione di temperatura subita dal gas con la relazione:

5) $$\Delta E = \frac{3}{2} nR\Delta T = k \cdot \Delta T$$

Tralasciando l'esplicazione dei valori costanti, mantenendo la temperatura invariata nel tempo diventa $\Delta T = 0$ e quindi:

6) $$\Delta E = 0$$

Sostituendo nella quattro si trova la relazione: 7) $Q = L$

La quantità di calore Q è nota dalla 3), esplicitando il lavoro invece si ottiene, sapendo che esso è uguale al prodotto scalare di una forza per lo spostamento:

$$8) \qquad L = F \cdot \Delta S$$

Lo spostamento considerato ΔS è quello verticale del pistone, esprimibile in relazione alla velocità di quest'ultimo come:

$$9) \qquad \Delta S = vt$$

Per la forza occorre è sufficiente applicare la seconda legge di Newton al pistone:

$$10) \qquad \sum F_{ext} = m \cdot a$$

dove a è l'accelerazione del pistone, ma muovendosi quest'ultimo a velocità costante essa è nulla. Esplicitando la sommatoria delle forze esterne si ottiene:

$$11) \; F - mg = 0$$
$$11a) \qquad F = mg$$

A questo punto tutti valori sono noti, e sostituendo la 11) e la 9) nella 8), sempre considerando che forza e spostamento formano un angolo di 0° il cui coseno vale 1, e sostituendo la 8) così ottenuta e la 3) nella 7) si ha:

$$L = mgvt$$
$$Q = Ri^2 t$$
$$12) \qquad Ri^2 t = mgvt$$

Risolvendo ora rispetto alla velocità v si ha:

$$13) \qquad v = \frac{Ri^2}{mg}$$

Sostituendo i valori noti:

$$v = \frac{550\Omega (0,24)^2 A^2}{12kg \cdot 9,8 \frac{m}{s^2}} \cong 0,27 \frac{\left(1\Omega \cdot \frac{1V}{1A \cdot 1\Omega} \cdot \frac{1j}{1C \cdot 1V} \cdot \frac{1N \cdot 1m}{1j} \cdot \frac{1kg \cdot 1m}{1s^2 \cdot 1N}\right) \cdot \left(A^2 \cdot \frac{1C}{1s \cdot 1A}\right)}{\left(1kg \cdot \frac{1m}{1s^2}\right)} = 0,27\, m/s$$

$$v = 0,27\, m/s = 27\, cm/s$$

che era il valore cercato.

M. Caporrella