Liceo Scientifico Tecnologico

classe V LST A
a.s. 2005/2006

ESERCIZIO TRATTO DA ***Fondamenti di Fisica***
Halliday –Resnick- Walker - Vol. 3 –Elettromagnetismo ***CAP.28*** *- I CIRCUITI* ***Problema 42P***

Sviluppo curato da: Prof. Enrico Remigio

Testo

Nel circuito di figura 1, **ξ** ha valore costante, ma *R* può variare. Trovare il valore di *R* che produce il maggior riscaldamento della resistenza. La batteria è ideale.

Soluzione 1.

Nel circuito di figura, il generatore ξ (considerato ideale) ha valore costante, ma *R* può variare.Trovare il valore di *R* che produce il maggior riscaldamento della resistenza.

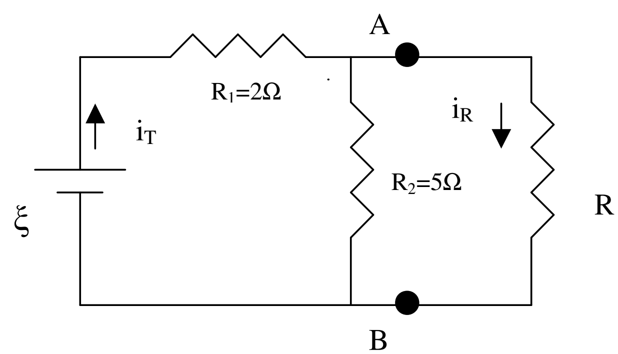

Fig.1

Osservando lo schema sopra riportato, scriviamo le espressioni utili al calcolo della potenza P_R dissipata sulla resistenza R.

$$\text{Avremo: } P_R = R\, i_R^2 \qquad (1)$$

dove i_R rappresenta la corrente che scorre nella resistenza R;

$$\text{sarà} \quad i_R = \frac{V_R}{R} \qquad (2)$$

$$V_R = V_{AB} = \frac{R_2 R}{R_2 + R} \cdot i_T \qquad (3)$$

dove i_T è la corrente totale nel circuito, $i_T = \dfrac{\xi}{R_1 + \dfrac{R_2 R}{R_2 + R}}$ (4)

sostituendo l'espressione di i_T appena trovata nella (3), operando degli aggiustamenti e dividendo per R, troveremo i_R :

$$i_R = \frac{R_2 \xi}{R_1 R_2 + R R_1 + R R_2}$$

elevando al quadrato l'espressione di i_R e sostituendo nella (1), avremo:

$$P_R = \frac{RR_2{}^2\xi^2}{(RR_1 + RR_2 + R_1R_2)^2} \quad \text{che rappresenta la potenza dissipata in funzione di R.} \qquad (5)$$

Affinché il valore di P_R sia massimo, è necessario (ma non sufficiente) (*) che la derivata prima della funzione, operata rispetto a R ,sia zero; in questo modo troveremo un valore ipotizzabile di R che soddisfa il quesito posto dal problema. [1]

Avremo quindi :

$$\frac{dP_R}{dR} = \frac{2RR_1{}^2\xi^2(R_1R_2 + RR_1 + RR_2)(R_1 + R_2) - R_2{}^2\xi^2(R_1R_2 + RR_1 + RR_2)}{(R_1R_2 + RR_1 + RR_2)^4} \qquad (6)$$

Eguagliando quindi a zero il numeratore della (6), (tralasciamo il denominatore) e semplificando i termini comuni avremo:

$$2R(R_1+R_2)=R_1R_2+RR_1+RR_2 \qquad (7)$$

che riorganizzata dà:

$$R(R_1+R_2)=R_1R_2$$

Da cui ricaviamo

$$R = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2\cdot 5}{2+5} = 1{,}43\Omega \qquad (8)$$

Enrico Remigio

[1] Questo valore, in effetti, potrebbe soddisfare la nostra ipotesi anche nella situazione in cui la derivata prima della funzione assumesse valore zero in un suo punto di minimo relativo.
In questo caso, il valore di R coinciderebbe con la situazione di minima dissipazione di potenza.
Lasciamo allo studente la verifica dell'attendibilità di tale ipotesi.