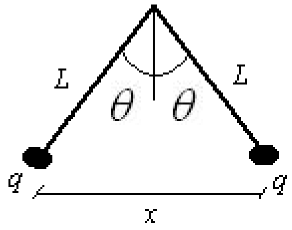
ESERCIZIO TRATTO DAL LIBRO DI TESTO "Fondamenti di fisica" ( D. Halliday, R. Resnick, J. Walker )

Sviluppo curato da: **Matteo Caporrella** **Classe V LST A**
Docente: prof. Quintino d'Annibale a.s. 2006/2007

**Testo**

Due palline uguali di massa *m* sono appese con fili di seta di lunghezza *L* e hanno uguale carica *q* come mostrato nella figura. Si assuma che $\theta$ sia così piccolo che $\tan\theta$ possa essere sostituito con la quantità $\sin\theta$. (a) Si mostri che, in questa approssimazione, all'equilibrio si ha:




$$x = \left( \frac{q^2 L}{2\pi\varepsilon_0 mg} \right)^{\frac{1}{3}}$$

dove $x$ è la distanza tra le palline. (b) Se $L = 120cm$, $m = 10g$ e $x = 5.0cm$, qual è il valore di *q*?

**Sviluppo**

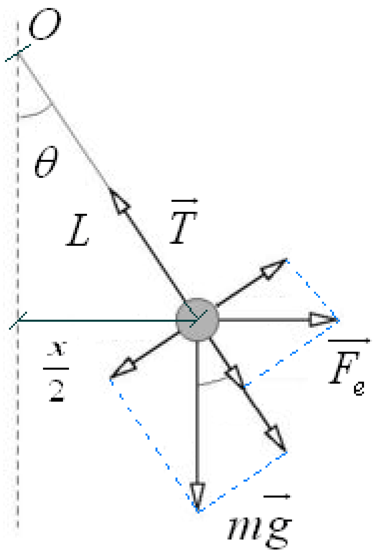
(a)Per rispondere alla richiesta occorre considerare che la relazione più importante nella quale *x* sia coinvolta, è quella della forza elettrostatica di repulsione tra le due cariche espressa dalla legge di Coulomb.

1) $$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q}{x^2} = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

che risolta rispetto a $x^2$ diventa :

2) $$x^2 = \frac{q^2}{F_e 4\pi\varepsilon_0}$$

L'incognita che rimane è la forza elettrica $F_e$, e per determinarla si considera il fatto che nel sistema sono coinvolte altre forze, come la tensione del filo e il peso delle due masse, la cui azione complessiva è l'equilibrio statico in cui si trovano i due corpi. Esaminando una delle due cariche è possibile quindi scrivere che la sommatoria dei momenti rispetto a un punto sia nulla. Scegliendo il punto $O$, per il quale le due masse sono appese, la tensione presenta braccio nullo e scompare dall'equazione.
Si ha quindi rispetto ad $O$:




3) $$\Sigma\tau_O = F_e \cos\theta L - mg \sin\theta L = 0$$

Risolvendo rispetto alla forza elettrica $F_e$, si trova:

4) $$F_e = mg \tan\theta$$

In questa equazione l'incognita è $\tan\theta$, ma per approssimazione sappiamo che:

5) $$\tan\theta = \sin\theta$$

Si ha così una nuova incognita, che però è determinabile geometricamente. Osservando la prima figura infatti è possibile scrivere che:

$$x = L \sin\theta \cdot 2$$ e quindi:

6) $$\sin\theta = \frac{x}{2L}$$

A questo punto si trova che il valore della forza elettrica, dalla 4) è:

7) $$F_e = mg\,\frac{x}{2L}$$

e sostituendo nella 2) e risolvendo rispetto a *x* si ha:

8) $$x^2 = \frac{q^2}{mg\,\frac{x}{2L}\,4\pi\varepsilon_0} \rightarrow x^3 = \frac{q^2 L}{mg\,2\pi\varepsilon_0}$$

9) $$x = \left(\frac{q^2 L}{mg\,2\pi\varepsilon_0}\right)^{\frac{1}{3}}$$ c.v.d.

(b) Per rispondere alla successiva richiesta, noti *L*, *m* ed *x*, basta risolvere la 8) rispetto a *q* e sostituire i valori noti. Quindi:

10) $$q^2 = \sqrt{\frac{x^3 mg\,2\pi\varepsilon_0}{L}} = \sqrt{\frac{5\cdot10^{-2}m\cdot1\cdot10^{-2}Kg\cdot9.8\,\frac{m}{s^2}\cdot2\pi\cdot8.85\cdot10^{-12}\,\frac{C^2}{Nm^2}}{1.2m}} \cong \pm2.4\cdot10^{-8}C$$

che è la soluzione del problema.