

ESERCIZIO TRATTO DA "Fondamenti di fisica"

(D. Halliday, R. Resnick, J. Walker) Vol. Elettromagnetismo - Modulo Cap. 28 - Carica in moto circolare in un campo magnetico.

Sviluppo curato da: Dante Giovannangelo

Docente: prof. Quintino D'Annibale

Testo

Un fascio di elettroni aventi energia cinetica K emerge da una "finestra" fatta di una sottile lamina sul fondo di un tubo acceleratore. Una piastra di metallo è posta a una distanza d da questa finestra perpendicolarmente al fascio emergente.

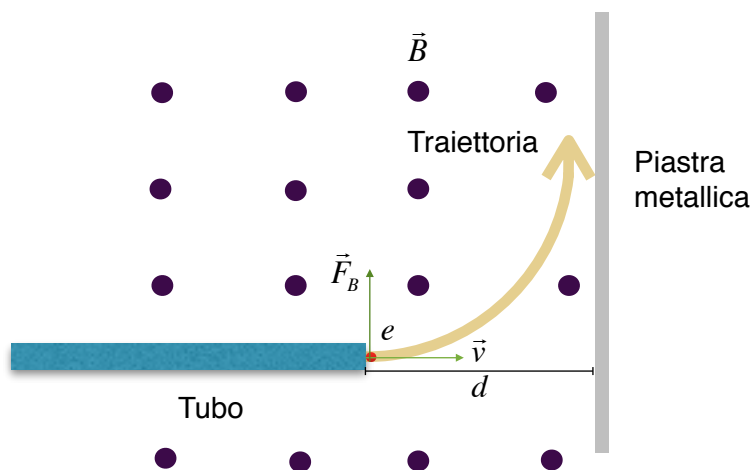
A. Si dimostri che si può evitare il che il fascio colpisca la piastra, applicando un campo magnetico B tale che:

$$B \geq \sqrt{\frac{2mK}{e^2 d^2}}$$

In cui m ed e rappresentano la massa e carica dell'elettrone.

B. Come dovrebbe essere orientato B ?

Sviluppo



Da come si vede in figura abbiamo risposto al quesito B. A rigor di logica mi sembra più opportuno capire il fenomeno e la causa-effetto prima di procedere all'analisi.

Abbiamo scelto B con verso uscente (simboleggiato con dei pallini) partendo dal presupposto che l'elettrone deve deviare la piastra metallica secondo la traiettoria.

Utilizzando la regola delle tre dita della mano destra (F_B , B , i) oppure la regola della mano destra facciamo in modo che l'elettrone devii secondo la traiettoria a causa di una forza F_B (come in figura). Cominciamo ora ad illustrare i fenomeni che ci porteranno alla soluzione del quesito A.:

- L'elettrone è accelerato all'interno del tubo ma appena fuori da esso viaggerà con una velocità costante v di moto rettilineo uniforme se nessuna forza andrà a turbarlo;

- Se così fosse l'elettrone andrebbe ad impattare sulla piastra con un'energia cinetica:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

- Per evitare questo dobbiamo variare lo stato di moto rettilineo uniforme deviando l'elettrone attraverso l'applicazione di una forza;
- Dato che un elettrone(carica) in moto genera un campo magnetico e sapendo che più campi in questione interagiscono tra loro ecco perché sarà prodotto un campo \mathbf{B} normale al piano identificato dai vettori \mathbf{v} , \mathbf{F}_B , tale che la forza magnetica(Forza di Lorentz), si comporti come forza centripeta \mathbf{F}_c causando un'accelerazione centripeta, quindi un andamento circolare al nostro elettrone;
- La soluzione del quesito è espressa sotto forma di disequazione il che ci fa intendere la presenza di un intervallo su cui giustificare la risposta;
- L'intervallo è rappresentato proprio in funzione della distanza d . Difatti in base all'intensità di \mathbf{B} otterremo una forza \mathbf{F}_B più o meno grande, che farà variare il raggio della circonferenza su cui l'elettrone si muoverà. Il raggio minimo è appunto d .

Passiamo all'analisi:

Dalla seconda legge di Newton applicata al moto circolare uniforme abbiamo che:

$$F_c = F_B = \frac{mv^2}{r}$$

dalle nostre considerazioni sull'intervallo di valori avremo appunto che:

$$r \leq d$$

sarà questa la relazione che porterà avanti l'intera analisi.

Esprimiamo r con la formula inversa per cui:

$$\frac{mv^2}{F_B} \leq d$$

Andando ad esprimere la Forza di Lorentz:

$$F_B = |q| \mathbf{v} * \vec{B} = evB \sin 90^\circ = evB \Rightarrow \frac{mv^2}{evB} \leq d$$

Passando ai reciproci e facendo gli opportuni passaggi matematici(cambio il verso della disequazione perché passo ai reciproci):

$$B \geq \frac{mv}{ed}$$

sapendo che:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

Andandolo a sostituire alla velocità:

$$B \geq \frac{m \sqrt{\frac{2K}{m}}}{ed} \rightarrow B^2 \geq \frac{m^2 \frac{2K}{m}}{e^2 d^2} \rightarrow B \geq \sqrt{\frac{2mK}{e^2 d^2}}$$