Liceo Scientifico Tecnologico Classe 5 LST A
a.s. 2013/2014

ESERCIZIO TRATTO DA "Fondamenti di fisica"
(D. Halliday, R. Resnick, J. Walker) Vol. Elettromagnetismo - Modulo Cap. 30 - Argomento Problema Legge di Lenz

Sviluppo curato da: *Dante Giovannangelo*
Docente: prof. Quintino D'Annibale

Testo
Si consideri una bobina rettangolare di lunghezza ***a*** e di larghezza ***b*** formata da ***N*** spire, che viene fatta ruotare a frequenza ***f*** in un campo magnetico uniforme ***B***, come in figura. (a) Si dimostri che nella spira viene indotta una f.e.m. funzione del tempo data da:

$$\xi = 2\pi fNabB\,sen(2\pi ft) = \xi_0 sen(2\pi ft)$$

E' su questo principio che funzionano i generatori di corrente alternata in commercio. (b) Progettare una bobina che produca una f.e.m. $\boldsymbol{\xi_0 = 150V}$ ruotando con una velocità di ***60,0 giri/s*** in un campo magnetico uniforme di ***0,500 T***.

Sviluppo

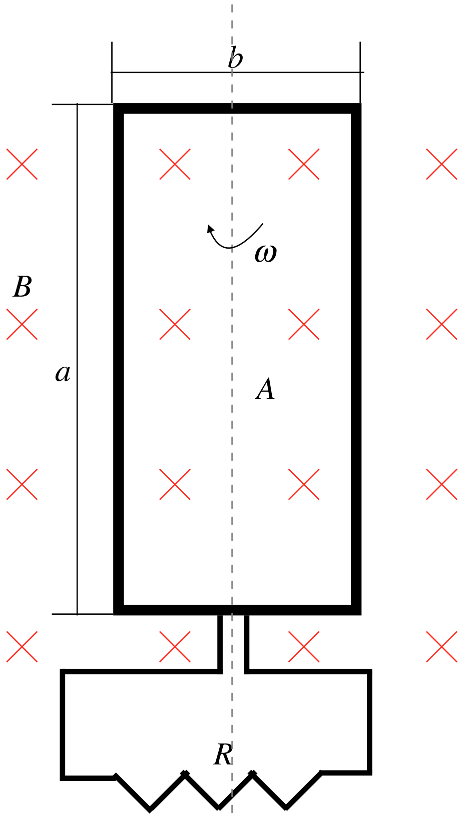


fig.1.
Vista dall'alto

a)
Per ottenere una f.e.m. indotta alla nostra spira in *fig.1*, bisogna agire in termini di variabilità di flusso magnetico in un certo intervallo di tempo come enuncia la legge Faraday-Lenz:

$$1) \quad \xi = -N\frac{d\Phi_{(B)}}{dt}$$

Per definizione di flusso(nel particolare: flusso magnetico):

$$2) \quad \Phi_{(B)} = \int_A B\,dA\cos\theta$$

Possiamo ottenere un flusso variabile se, nel tempo, andiamo a cambiare la superficie d'azione del campo magnetico oppure abbiamo un campo variabile.
Dato che nel nostro caso abbiamo campo ***B=K*** , modifichiamo l'area ***A*** variando l'inclinazione della stessa attraverso la rotazione, quindi l'angolo del vettore areale rispetto al campo magnetico.

Per capire meglio osserviamo la *fig.2:*

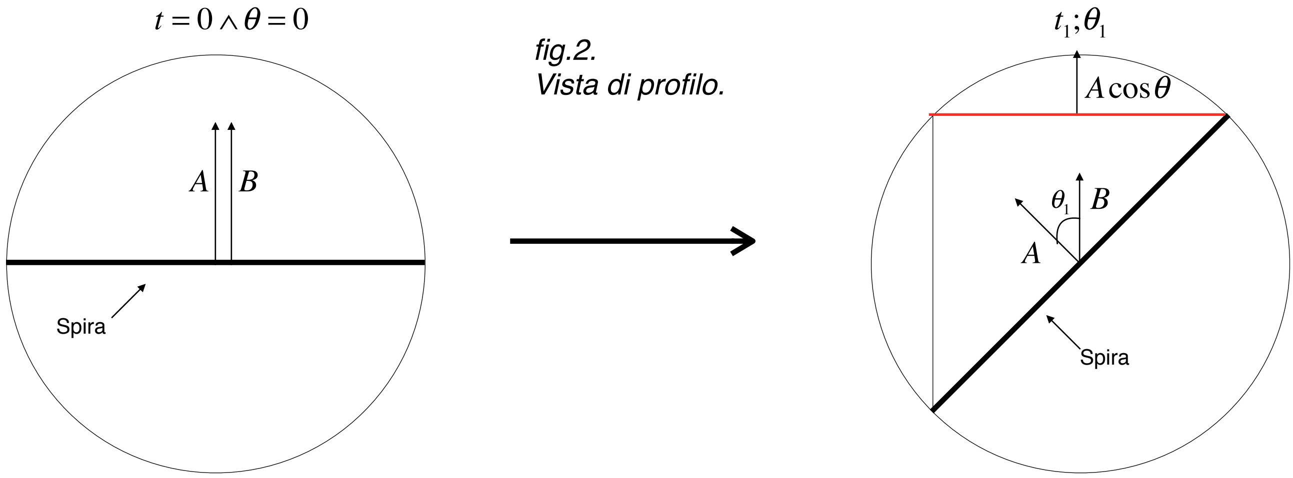


fig.2.
Vista di profilo.

Il segmento rosso rappresenta l'elemento centrale del flusso come è ben visibile in figura rapportandola alla definizione di flusso.

Applichiamo la 2) e tenendo conto che lungo tutta la superficie, ***B*** ed il coseno sono costanti in un dato istante:

$$3) \quad \Phi_{(B)} = \int_A B\,dA\cos\theta = BA\cos\theta$$

l'angolo descritto risponde alle leggi del moto circolare uniforme; difatti parliamo di ***f(frequenza)*** quindi oscillazioni costanti e di conseguenza una velocità angolare costante/pulsazione:

$$\theta_i = 0 \wedge t_i = 0$$

$$\omega = \frac{\theta}{t} \to \omega = \theta t = 2\pi f t$$

sostituendo l'angolo alla 3) e la stessa alla 1) avremo:

$$\xi = -N\frac{d\Phi_{(B)}}{dt} = -N\frac{d}{dt}[BA\cos(2\pi f t)] = 2\pi fNABsen(2\pi f t) = 2\pi fNabBsen(2\pi f t) = \xi_0 sen(2\pi f t)$$

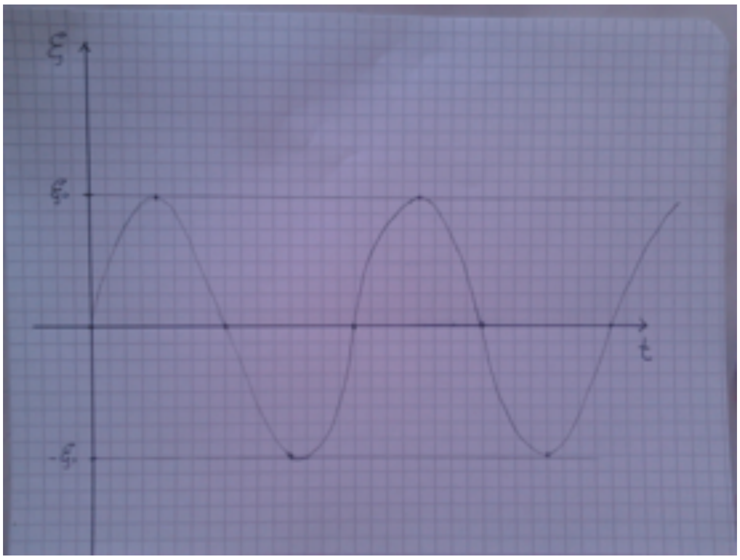
La parte interessante sta proprio all'ultimo passaggio dell'equazione. Difatti:

$$\xi_0 = 2\pi fNBab = 2\pi fBNA$$

che rappresenta la f.e.m. massima che si otterrebbe solo quando il seno vale 1, cioè quando i vettori sono perpendicolari tra loro.
Ma noi sappiamo che durante la rotazione il seno assume praticamente tutti i valori(nel suo codominio) rispetto all'angolo descritto tra i vettori; di conseguenza la f.e.m. indotta varia in funzione del seno.
Questo ci fa notare la somiglianza con l'equazione d'onda:

$$y(t) = y_0 sen(\omega t)$$

$$\xi(t) = \xi_0 sen(2\pi f t) = \xi_0 sen(\omega t)$$



Come osserviamo in figura la f.e.m. oscilla ad una frequenza **f** tra un valore positivo e negativo, ripetendosi in un determinato periodo ***T***. L'inversione delle f.e.m. genererà una corrente ***i*** alternata; prima in un verso, poi nel verso opposto. Ecco perché parliamo di generatore di corrente alternata; tutto dipende dal segno della f.e.m. quindi dal seno dell'angolo tra i due vettori(vettore areale e vettore campo magnetico).

b)

Ci viene chiesto di progettare una bobina con quelle determinate caratteristiche. Il libro di testo non fornisce delle indicazioni o soluzioni prestabilite; ci limiteremo quindi all'analisi progettuale.

Basta applicare l'equazione della f.e.m. massima:

$$\xi_0 = 2\pi fNBab = 2\pi fBNA$$

$$NA = \frac{\xi_0}{2\pi fB} = \frac{\xi_0}{\omega B} = \frac{150V}{60 \cdot \frac{2\pi rad}{s} \cdot 0,5T} = 0,8m^2$$

Adesso basta agire sul numero delle spire.
Tutto sta sul materiale che usiamo per il numero delle spire, se parliamo di un eventuale resistenza dello stesso.

Il concetto è praticamente questo:

$$A = \frac{0,8m^2}{N}$$

Più numeri di spire utilizziamo, minore deve essere l'area investita dal campo, quindi minor impedimento spaziale; ma questo può comportare la perdita di tensione dovuta all'effetto joule, se pur trascurabile in termini ideali, dalla seconda legge di Ohm di tutti i materiali conduttori.

Dante Giovannangelo