I.I.S. – ITIS

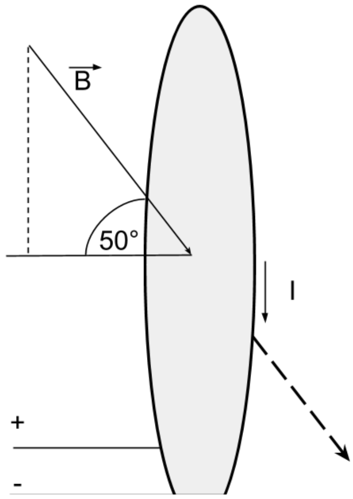
ESERCIZIO TRATTO da: La fisica di Walker – linx **Classe II**
a.s. 2019-2020

Sviluppo curato da: *Domenico Iubatti*
Docente: prof. Quintino d'Annibale

Testo, p. 272 n. 8

Una spira, di area $A = 20\ \mathrm{cm}^2 = 20 \times 10^{-4}\mathrm{m}^2$ e resistenza $R = 2{,}0\ \Omega$, è immersa al tempo $t_0 = 0\ \mathrm{s}$ in un campo magnetico $B(0) = 5{,}0\ \mathrm{T}$, la normale alla superficie della spira forma con le linee del campo un angolo di 50°. Sapendo che in $2{,}0\ \mathrm{s}$ il campo magnetico si dimezza, si determini:

a) la fem indotta nella spira;
b) il valore della carica che passa nella spira;
c) in quanto tempo deve azzerarsi il campo affinché nella bobina si generi una fem di 4,4 mV.



Sviluppo:

Quesito a)

Per rispondere a questo quesito possiamo ricorrere alle equazioni di Maxwell che descrivono il lavoro di un campo (elettrico o magnetico) lungo un cammino chiuso (circuitazione).

$$\begin{cases} fem(t) = E \cdot \Delta x = -\dfrac{\Delta\varphi_B(t)}{\Delta t} \\ B \cdot \Delta x = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\Delta\varphi_E(t)}{\Delta t} \end{cases}$$

In particolare il fenomeno descritto dal problema viene descritto dalla prima delle due equazioni: **la legge di Faraday-Neumann-Lenz**.

Tale legge pone i fenomeni di variazione di una grandezza fisica associata al campo magnetico[1] e la presenza di una forza elettromotrice in un circuito in cui non vi sono sorgenti di campo elettrico, in una relazione di causa-effetto:

$$-\frac{\Delta\varphi_B(t)}{\Delta t}{}^{2} = fem(t) \qquad \textbf{(1}$$

dove φ_B rappresenta il flusso magnetico: la distribuzione delle linee del campo magnetico agente su una superficie A, dato, nel caso del problema, dalla relazione:

$$\varphi_B = \vec{B} \cdot \hat{n}A = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA\cos\theta \qquad \textbf{(2}$$

dove $\hat{n}A$ rappresenta il versore perpendicolare alla spira avente il modulo della superficie e il verso concorde alla componente orizzontale di B.

Poiché è nota la variazione del modulo del campo:

$$\Delta B = B(t) - B(t_0) = B - B_0 = \frac{B_0}{2} - B_0 = -\frac{B_0}{2} \qquad \textbf{(3}$$

e di conseguenza quella di flusso:

$$\Delta\varphi_B = \varphi - \varphi_0 = BA\cos\theta - B_0 A\cos\theta = (B - B_0)A\cos\theta = -\frac{B_0}{2}A\cos\theta \qquad \textbf{(4}$$

Sostituendo la 4) nella 1) si ha:

$$fem(t) = -\left(-\frac{B_0}{2}A\cos\theta\right)\frac{1}{\Delta t} = \left(\frac{B_0}{2}A\cos\theta\right)\frac{1}{t - t_0} \qquad \textbf{(5}$$

[1] Per esempio l'intensità di corrente/campo elettrico che variano l'intensità del campo magnetico stesso oppure della superficie della spira.
[2] Nel caso del problema, stiamo assumendo che il tasso di variazione del flusso sia costante.

Da cui, sostituendo i valori numerici si ha:

$$fem(2\ \mathrm{s}) = \left(\frac{5{,}0\ \mathrm{T}}{2} 20 \times 10^{-4}\mathrm{m}^2 \cos 50°\right)\frac{1}{2\ \mathrm{s}} \cong 1{,}61 \times 10^{-3}\mathrm{V} = 1{,}61\ \mathrm{mV}$$

Quesito b)
Per determinare la quantità di carica elettrica che ha attraversato la spira nell'intervallo $\Delta t = 2\ \mathrm{s}$ [3]possiamo ricorrere, noto l'intervallo di tempo e la forza elettromotrice, alla prima legge di Ohm e alla definizione di corrente elettrica.

$$\frac{fem(2\ \mathrm{s})}{I} = R \Rightarrow I = \frac{fem(2\ \mathrm{s})}{R} = \frac{1{,}61 \times 10^{-3}\ \mathrm{V}}{2{,}0\ \Omega} = 0{,}805 \times 10^{-3}\ \mathrm{A} = 0{,}805\ \mathrm{mA}$$

da cui:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta Q = I\Delta t = 0{,}805 \times 10^{-3}\ \mathrm{A} \cdot 2\ \mathrm{s} = 1{,}61 \times 10^{-3}\ C = 1{,}61\ \mathrm{mC}$$

Si noti come combinando le precedenti due relazioni si arrivi all'equazione:

$$\Delta Q = \frac{-\Delta\varphi_B}{R}$$

Nota come legge di Felici.

Quesito c)

Per questo ultimo quesito, sarà sufficiente risolvere la 1) per l'intervallo di tempo Δt, ponendo $fem(t) = 4{,}4\ \times 10^{-3}\ \mathrm{V}$ e $B(t) = 0$, pertanto:

$$\Delta B = B - B_0 = -B_0 \ \text{ e } \ A = k \ \Rightarrow \Delta\varphi = \varphi - \varphi_0 = BA\cos\theta - B_0 A\cos\theta = -\varphi_0$$

$$-\frac{\Delta\varphi_B(t)}{\Delta t} = fem(t) \Rightarrow \Delta t = -\frac{\Delta\varphi(t)}{fem(t)}$$

Infine, sostituendo:

$$\Delta t = -\frac{-\varphi_0}{4{,}4\ \times 10^{-3}\ \mathrm{V}} = \frac{B_0 A\cos\theta}{4{,}4\ \times 10^{-3}\ \mathrm{V}} = \frac{5{,}0\ \mathrm{T} \cdot\ 20 \times 10^{-4}\mathrm{m}^2 \cos 50°}{4{,}4\ \times 10^{-3}\ \mathrm{V}} \cong 1{,}46\ \mathrm{s}$$

Domenico Iubatti

[3] Quando il flusso magnetico rimane costante, la fem indotta diventa nulla.