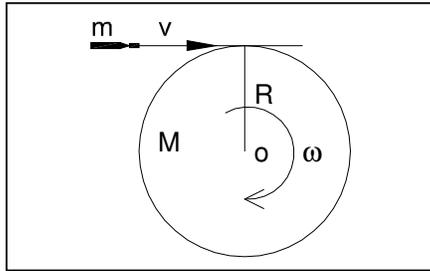


Un disco omogeneo, di massa $M=10$ kg e raggio $R=0.5$ m, è libero di ruotare senza attrito attorno ad un asse verticale passante per il suo centro ($I=MR^2/2$). Un proiettile puntiforme di massa $m=1$ kg viene sparato tangenzialmente contro il disco con velocità $v=30$ m/s. Supponendo che l'urto sia anelastico, calcolare ω , la velocità angolare del disco dopo l'urto, espressa in rad/s.

$$(\omega = 10 \text{ rad/s})$$



Essendo il disco fermo inizialmente si pone $\omega_0=0$

Per il principio di conservazione del momento

angolare si ha: $\vec{L}_f = \vec{L}_i$ (1)

Il momento angolare iniziale L_i è quello del solo proiettile quindi:

$$\vec{L}_i = \vec{l}_i = m \cdot \vec{v} \times \vec{R}$$

in modulo
$$l_i = m \cdot v \cdot R \cdot \text{sen } \vartheta$$
 (2)

inoltre essendo $\vartheta = 90^\circ \Rightarrow \text{sen } \vartheta = 1$

$$L_f = I_c \cdot \omega$$
 (3)

dove
$$I_c = I_d + I_p$$
 (4)

con I_d momento d'inerzia del disco e I_p momento d'inerzia del proiettile rispetto al centro del disco.

La (4) sarà:
$$I_c = \frac{1}{2}MR^2 + mR^2$$

Per cui la (1) diventa:

$$I_c \cdot \omega = mvR$$
 (5)

$$\omega \left(\frac{1}{2}MR^2 + mR^2 \right) = mvR$$
 (6)

risolvendo rispetto a ω si ha:

$$\omega = \frac{mvR}{R \left(\frac{1}{2}M + m \right)} = \frac{1 \text{ kg} \cdot 30 \text{ m/s}}{0,5 \left(\frac{1}{2}10 + 1 \right)} = 10 \text{ rad/s}$$
 (7)

Q. d'Annibale