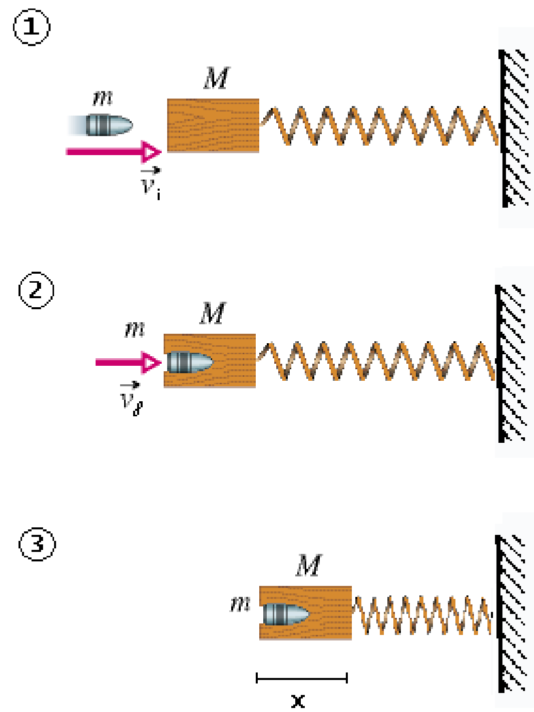
ESERCIZIO TRATTO DAL LIBRO DI TESTO "Fondamenti di fisica" (D. Halliday, R. Resnick, J. Walker)

Sviluppo curato da: **Matteo Caporrella** **Classe III LST A**
Docente: prof. *Quintino d'Annibale* a.s. 2004/2005

Testo

Un blocco di massa M fermo su una superficie orizzontale priva di attrito è attaccato a una molla allo stato di riposo, con costante elastica k. Un proiettile di massa m viene a urtare il blocco fermo. Il proiettile penetra nel blocco dopo la collisione, provocando un accorciamento della molla pari a x. a) Qual era la velocità iniziale del proiettile? b) Determina l'equazione in funzione del tempo dello spazio x durante le oscillazioni della molla dopo la massima compressione.



Sviluppo

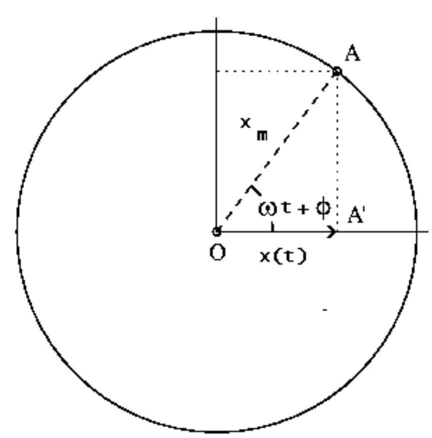
Per rispondere alla prima domanda, occorre fare alcune considerazioni: tra gli istanti 1 e 2, che rappresentano un urto anelastico, si verifica quello che è il principio di conservazione della quantità di moto $p_2 = p_1$. Tra gli istanti 2 e 3 invece, si assiste a un fenomeno regolato dalla legge di conservazione dell'energia meccanica: nello specifico l'energia cinetica del sistema proiettile-blocco si trasforma in energia potenziale elastica della molla $U_3 = K_2$. Partendo da quest'ultimo, e mediante la conservazione della quantità di moto si può risalire alla velocità iniziale del proiettile. Esplicitando si ha:

$$U_3 = K_2$$
$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(M+m)v_f^2$$
$$v_f = \sqrt{\frac{kx^2}{M+m}} = x\sqrt{\frac{k}{M+m}}$$

A questo punto si può procedere:

$$p_2 = p_1$$
$$(M+m)v_f = mv_i$$
$$v_i = \frac{(M+m)v_f}{m}$$

Per rispondere alla richiesta b), bisogna considerare che quello della molla che oscilla è definito come moto armonico semplice, il quale è assimilabile come la proiezione di un moto circolare uniforme su un diametro del cerchio su cui tale moto si svolge.

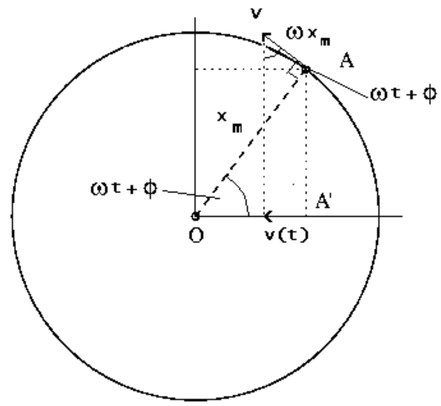


La figura mostra una particella A', la particella di riferimento, in moto circolare uniforme a velocità angolare ω su un cerchio detto cerchio di riferimento di raggio x, ossia l'accorciamento massimo della molla. Per qualsiasi valore t del tempo, la posizione angolare della particella è $\omega t + \phi$, dove ϕ è la sua posizione angolare iniziale. Proiettiamo ora A' sull'asse x: la sua proiezione sarà il punto A, che immaginiamo rappresenti un'altra particella: la posizione di P in funzione del tempo sarà:

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

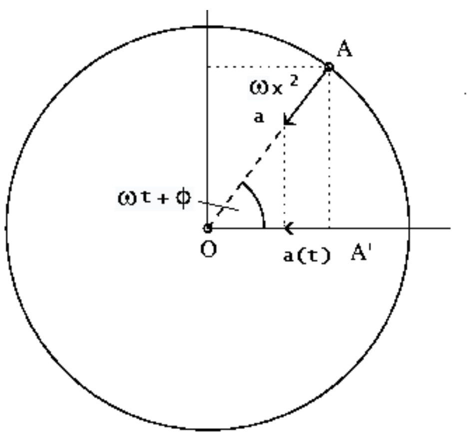
Caso analogo per la velocità:

L'ampiezza del vettore velocità è infatti ωx_m, come da relazione tra grandezze lineari e grandezze angolari, e la sua proiezione sull'asse x è:



$$v(t) = -\omega x_m \sin(\omega t + \phi)$$

Per quanto riguarda l'accelerazione si ha:



L'ampiezza del vettore accelerazione è $\frac{v^2}{x_m} = \frac{\omega^2 x_m^2}{x_m} = \omega^2 x_m$, e la sua proiezione sull'asse x è data da:

$$a(t) = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \phi)$$

M. Caporrella