ESERCIZIO TRATTO DAL LIBRO DI TESTO "Fondamenti di fisica" (D. Halliday, R. Resnick, J. Walker)

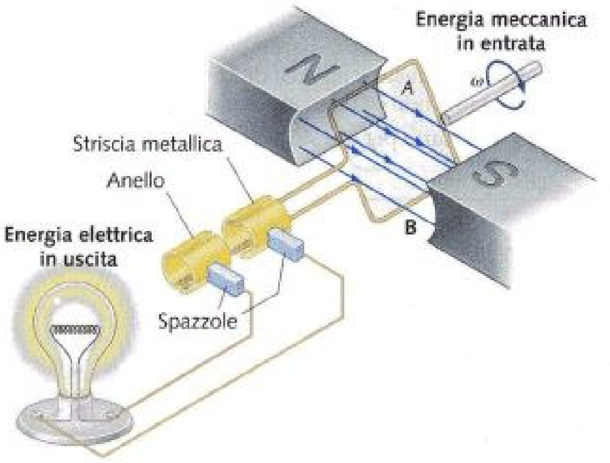
Sviluppo curato da: **Matteo Caporrella** **Classe V LST A**
Docente: prof. Quintino d'Annibale a.s. 2006/2007

Testo

Si consideri una bobina rettangolare formata da N spire di lunghezza a e di larghezza b, che viene fatta ruotare a frequenza ν in un campo magnetico uniforme $\vec{B}$, come nella figura.

(a) Si dimostri che nella spira viene indotta una f.e.m. data da
$\xi = 2\pi\nu Nab\sin(2\pi\nu t) = \xi_0 \sin(2\pi\nu t)$

(b) Progettare una bobina che produca una f.e.m. $\xi_0 = 150V$ ruotando con una frequenza di 60.0 giri al secondo in un campo magnetico uniforme di $0.500T$.

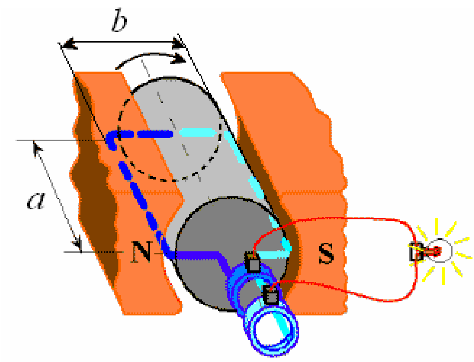


Sviluppo

(a)L'induzione di una f.e.m. nella spira è regolata dalla legge di Faraday-Lenz che afferma che la f.e.m. indotta in una spira di conduzione è uguale alla derivata temporale, cambiata di segno, del flusso magnetico attraverso la spira.

1) $$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Il flusso magnetico nel caso esaminato vale:



2) $\Phi_B = \vec{B}\cdot\vec{A} = B\cdot A\cdot\cos\theta$ per una spira

$\Phi_B = N\vec{B}\cdot\vec{A} = NB\cdot A\cdot\cos\theta$ per le N spire della bobina

dove B è l'intensità del campo magnetico, A la superficie delimitata dalla spira e θ l'angolo tra il vettore del campo magnetico e la normale al piano della spira.
Applicando la 1) si ha:

4) $$\xi = -\frac{d(NB\cdot A\cdot\cos\theta)}{dt}$$

Osservando la scrittura, si nota che N è un valore costante, B è costante da testo ed A, che vale nel caso in esame $A = ab$, è anch'essa una costante, quindi sono tutti portabili fuori dalla derivata. L'angolo θ invece è legato alla frequenza con la quale la bobina ruota dalla seguente relazione, derivante dalle leggi del moto circolare uniforme:

5) $$\theta = \omega t = 2\pi\nu t$$

Con queste considerazioni la 4) diventa:

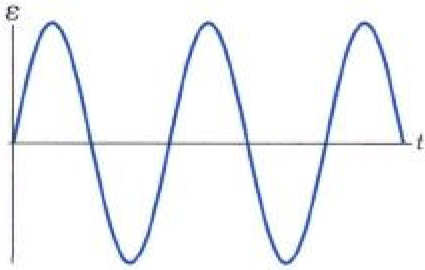
6) $$\xi = -NBab\frac{d[\cos(2\pi\nu t)]}{dt}$$

Calcolando la derivata si ottiene:

7) $$\xi = 2\pi\nu NBab\sin(2\pi\nu t)$$

che è la relazione cercata.

Per giustificare la relazione $2\pi\nu Nab\sin(2\pi\nu t) = \xi_0 \sin(2\pi\nu t)$, ovvero $\xi_0 = 2\pi\nu Nab$, dove ξ_0 è il valore massimo assunto dalla f.e.m. , è sufficiente ragionare sul fatto che, avendo la f.e.m. un andamento sinusoidale per la **7)**, essa assume il valore massimo per il massimo assunto dalla funzione seno, pari ad 1 o -1, assunto quando l'angolo tra il campo magnetico e la normale della bobina vale $\pm\frac{\pi}{2}$. In termini matematici:



8) $$\xi_0 = 2\pi\nu Nab\sin\frac{\pi}{2} = 2\pi\nu Nab$$

(b)Progettare una bobina data una f.e.m. richiesta, una frequenza data ed un campo magnetico stabilito, significa stabilire i valori geometrici della stessa, ovvero larghezza a e lunghezza b di ciascuna spira e il numero totale di spire N .
Se si decide di scegliere i parametri di lunghezza e larghezza, con l'incognita del numero di spire, dalla 7) si ha:

9) $$N = \frac{\xi_0}{2\pi\nu Bab}$$

In questa espressione tuttavia compare la quantità 2π , che potrebbe far risultare un numero non intero di spire. A tal punto, per semplificare la progettazione, si scelga di stabilire il numero di spire ad esempio a 200, e di stabilire uno dei valori tra lunghezza e larghezza, ad esempio la larghezza $a = 5cm = 5\cdot 10^{-2}m$. Dalla 7), le spire dovranno risultare lunghe:

10) $$b = \frac{\xi_0}{2\pi\nu BaN} = \frac{150V}{2\pi\cdot 60Hz\cdot 0{,}500T\cdot 5\cdot 10^{-2}m\cdot 200} = 0{,}08m = 8cm$$

Matteo Caporrella