

ESERCIZIO TRATTO DA "Fondamenti di fisica"

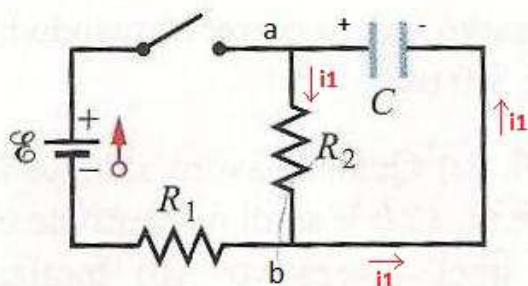
(D. Halliday, R. Resnick, J. Walker) Vol. Elettromagnetismo- Modulo Cap. 27- Argomento Problema 38

Sviluppo curato da: Nicola Della Penna

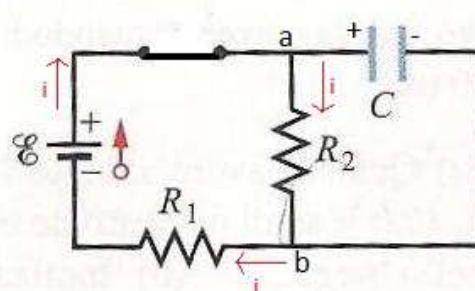
Docente: prof. Quintino D'Annibale

Testo

Nel circuito della figura $\varepsilon=20,0$ V, $C=0,400$ μ F, $R_1=10,0$ K Ω , $R_2=15,0$ K Ω e la batteria è ideale. Si apre l'interruttore quando C è completamente carico all'istante $t=0$. Calcolare la corrente in R_2 dopo 4,00 ms.



Circuito 1
fase di scarica $t=0$



Circuito 2
fase carica $t=\infty$

Sviluppo

Il circuito raffigurato in figura è un circuito RC. Per la risoluzione del circuito 1 (determinare i_1) è opportuno fare riferimento al circuito 2, nel quale è raffigurato il circuito 1 con l'interruttore chiuso. Difatti noi avremo che nel circuito 1 l'intensità i_1 è definita dalla seguente equazione, la quale esprime l'intensità di corrente nella scarica di un condensatore :

$$i_1 = -\frac{q_0}{R_2 C} \cdot e^{-\frac{t}{R_2 C}} \quad 1.1$$

Dove l'incognita q_0 indica la carica iniziale del condensatore nell'istante $t=0$, ovvero quando il circuito viene aperto, t il tempo trascorso dall'apertura del circuito e C la capacità del condensatore. La carica è espressa in funzione di V_0 e C sfruttando la definizione di capacità in un condensatore:

$$q_0 = V_0 \cdot C \quad 1.2$$

Il maggiore "ostacolo" nella risoluzione del problema è la determinazione di q_0 , infatti inizialmente si potrebbe pensare che V_0 , ossia la ddp tra le armature del condensatore, sia pari alla f.e.m. (ε) nell'istante in cui viene aperto il circuito, ma attenzione non è così! Ciò si può evincere facendo riferimento al circuito 2. In esso si può infatti notare come, anche una volta caricato il condensatore in un tempo $t=\infty$, la corrente continua a passare nella resistenza R_2 con un'intensità i . Di conseguenza C non raggiungerà mai tra le armature una ddp pari alla f.e.m. ma la ddp sarà minore ed il suo valore può essere determinato applicando la seconda legge di Kirchhoff alla maglia sinistra e destra del circuito 2:

$$\begin{cases} \varepsilon - R_2 i_1 - R_1 i_1 = 0 \\ R_2 i_1 - V_0 = 0 \end{cases}$$

Risolvendo, ricaviamo dalla prima equazione i_1 , dalla seconda V_0 :

$$\begin{cases} i_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + R_1} \\ V_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + R_1} \cdot R_2 \end{cases}$$

Conoscendo V_0 è possibile ricavare il valore di q_0 dalla 1.2

$$q_0 = \left(\frac{\mathcal{E}}{R_2 + R_1} \cdot R_2 \right) \cdot C$$

Sostituendo q_0 alla 1.1 è possibile ricavare i_1 :

$$i_1 = - \frac{\left(\frac{\mathcal{E}}{R_2 + R_1} \cdot R_2 \right) \cdot C}{R_2 C} \cdot e^{-\frac{t}{R_2 C}}$$

Risolviendo e semplificando C al numeratore e denominatore:

$$i_1 = - \frac{20V}{10 \cdot 10^3 \Omega + 15 \cdot 10^3 \Omega} \cdot \frac{1}{e^{\frac{4 \cdot 10^{-3} s}{15 \cdot 10^3 \Omega \cdot 0,4 \cdot 10^{-6} F}}} \cong -0,41 mA$$

Il segno negativo dell'intensità di corrente serve solo ad evidenziare che il condensatore si trova nella fase di scarica

Nicola Della Penna