ELETTROMAGNETISMO - LEGGE DI FARADAY-LENZ

Liceo Scientifico Tecnologico Classe 5LST B

a.s. 2013/2014

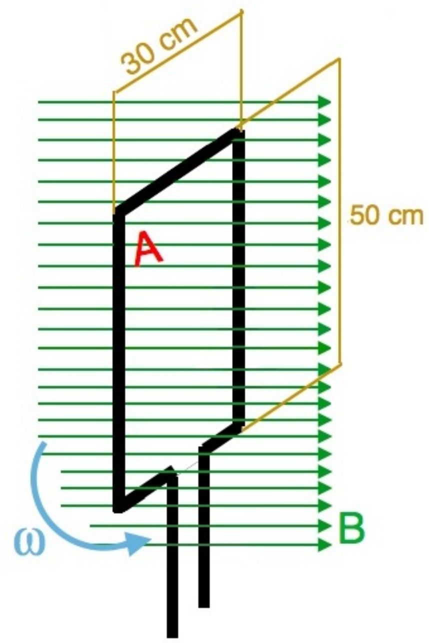
ESERCIZIO TRATTO DA "Fondamenti di fisica"
(D. Halliday, R. Resnick, J. Walker) Vol. ELETTROMAGNETISMO - Modulo Cap. 30 - Argomento
Problema: LEGGE DI FARADAY-LENZ

Sviluppo curato da: ROBERTO D'ALONZO
Docente: prof. QUINTINO D'ANNIBALE

TESTO:

Un generatore elettrico è formato da 100 spire rettangolari di lati 50,0 cm e 30,0 cm, immerse in un campo magnetico uniforme di intensità B = 3,50 T inizialmente ortogonale al piano delle spire. Qual è il valore massimo di f.e.m. indotta quando il generatore ruota alla velocità angolare di 1000 giri/min su un asse perpendicolare a B?

SVILUPPO:



Nella figura è rappresentata una delle 100 spire (del generatore) di area A immersa in un campo magnetico costante B e che ruota a una velocità angolare ω.

Come dice la legge di Faraday-Lenz, per far in modo che si venga a creare una f.e.m. indotta in una spira di conduzione è necessaria la variazione del flusso magnetico nel tempo:

(1) $$\xi = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Ci sono 3 modi per far sì che questo flusso magnetico subisca una variazione nel tempo:

- Variare l'intensità del campo magnetico che attraversa le spire;
- Variare l'area della spira o la porzione di area che giace nel campo magnetico;
- Variare l'angolo tra la direzione del campo magnetico B e l'area della spira.

$$\phi_B = \int B\, dA \cos\theta$$

Nel nostro caso abbiamo un generatore costituito da N spire (ciascuna di area costante A) immerso in un campo magnetico costante di 3,50 T. Siccome il generatore ruoterà, l'angolo θ varierà ogni istante, quindi la variazione di questo angolo farà variare il flusso magnetico.
Essendo sia l'angolo, sia il campo magnetico, sia l'area costanti in un determinato istante possiamo riscrivere l'equazione precedente come:

$$\phi_B = BA\cos\theta$$

Riprendendo in considerazione l'equazione di Faraday scritta in precedenza **(1)** per trovare la f.e.m. indotta facciamo la derivata temporale del flusso magnetico Φ_B.

$$\xi = -N\frac{d}{dt}\,[\phi_B]$$

che diventa quindi:

$$\xi = -N\frac{d}{dt}\,[B\,A\cos\theta]$$

A questo punto possiamo scrivere l'angolo θ in accordo con la legge del moto circolare uniforme come θ = ωt in cui ω è la velocità angolare costante e t è il periodo, quindi:

$$\xi = -N\frac{d}{dt}\,[B\,A\cos(\omega t)]$$

Come si può vedere abbiamo 3 valori costanti. N, B e A; come sappiamo, quando andiamo a derivare la funzione, riscriviamo subito queste costanti andiamo a derivare la funzione composta del coseno. La derivata del coseno è per definizione:

$$f(x) = \cos\theta \quad \rightarrow \quad f\,'(x) = -\sin\theta$$

Andiamo quindi a derivare l'angolo ωt. La sua derivata sarà ω.
Quindi:

$$\xi = -N\frac{d}{dt}\,[B\,A\cos(\omega t)] = -NBA\,[-\sin(\omega t)]\,\omega = NBA\omega\sin(\omega t)$$

Per ottenere il valore massimo della f.e.m. indotta, l'unica grandezza non costante dell'equazione sovrastante: sin(ωt) deve avere il suo valore massimo, ovvero 1. Quindi, ponendo sin(ωt)=1, il valore massimo della f.e.m. sarà NBAω

(2)
$$\xi_{\max} = NBA\omega$$

L'area A della spira, essendo rettangolare sarà uguale alla base (a) per altezza (h):

$$A = a \cdot h = 0{,}50\ m \cdot 0{,}30\ m = 0{,}15\ m^2$$

Resta un unico valore da trovare per arrivare a trovare la f.e.m. massima: la velocità angolare. Per trovarla sfruttiamo la relazione che intercorre tra la frequenza *f* (a noi nota) e la velocità angolare ω (da trovare). La velocità angolare ω sarà:

$$\omega = 2\pi\,f = 2\pi \cdot \frac{1000}{\min} = 2\pi \cdot \frac{1000}{60\,s} = 104{,}66\ \frac{rad}{s}$$

A questo punto conosciamo tutti i valori utili, quindi li andiamo a sostituire all'equazione **(2)** per trovare la massima f.e.m. indotta ε_{max}:

$$\xi_{\max} = NBA\omega = 100\,spire \cdot 3{,}50\ T \cdot 0{,}15\ m^2 \cdot 104{,}66\frac{rad}{s} = 5{,}5\ kV = 5{,}5 \cdot 10^3\ V$$

Roberto D'Alonzo