Liceo Scientifico Tecnologico

Classe: 3 LST A
a.s. 2008/2009

ESERCIZIO TRATTO DA "Fondamenti di fisica"
(D. Halliday, R. Resnick, J. Walker) Vol. Meccanica **- Modulo** Cap. 4 **- Argomento Problema:** Moto parabolico

Sviluppo curato da: ***Nikita De Luca***
Docente: *prof. Quintino d'Annibale*

Testo
Durante le eruzioni vulcaniche, massicci frammenti di roccia possono essere violentemente espulsi dal vulcano: questi proiettili sono chiamati *bombe vulcaniche.* La figura 4-35 mostra una sezione verticale del monte Fuji in Giappone.

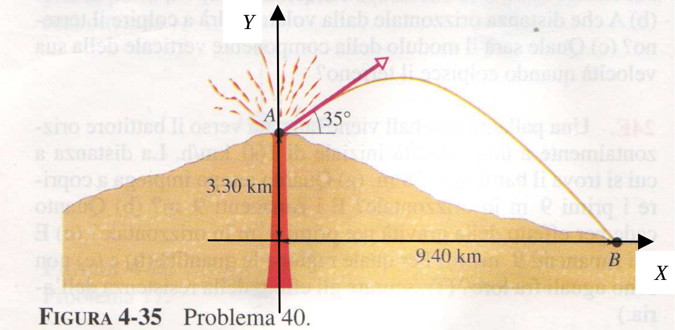

FIGURA 4-35 Problema 40.

(a) A quale velocità iniziale dovrebbe essere espulsa in A dallo sfiatatoio una bomba, a un'elevazione di 35° sull'orizzonte, per cadere in B, al piede del vulcano? Trascuriamo, per il momento, gli effetti dell'aria sul moto della bomba.
(b) Quale sarebbe il tempo di volo?
(c) Tenendo conto della resistenza dell'aria il valore trovato per (a) aumenterebbe o diminuirebbe?

Sviluppo
Noto che il **MOTO PARABOLICO** è un moto **piano**, perché avviene nel piano (x,y) e dal punto di vista cinetico, è **simultaneo**, cioè si ha il compimento contemporaneo di due moti diversi:

- MOTO RETTILINEO UNIFORME orizzontalmente (asse x),
- MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO verticalmente (asse y).

Le leggi orarie dei rispettivi moti sono le seguenti:

$X(t)= X_o + V_{ox} \cdot t$ dove $V_{ox} = k$ (1)
$Y(t)= Y_o + V_{oy} \cdot t - (g \cdot t^2)/2$ dove $g = k$ (2)

Scelto un sistema di riferimento X, Y coincidente con i punti A e B, possiamo scrivere le equazioni dei moti simultanei in X ed Y.
Con i dati a nostra disposizione, facendo le opportune sostituzioni, le due leggi orarie diventano:

$OB= 0 + V_{ox} \cdot t$ dove OB=9,4 km (3)
$Y= OA + V_{oy} \cdot t – (g \cdot t^2)/2$ dove OA=3,3 km (4)

(a) - Dalla (3) ci ricaviamo la relazione inversa per il tempo t (valore per il quale la Y si annulla) :

$$t = \frac{OB}{V_{0x}} \qquad (5)$$

che sostituita nella relazione (4), diventa:

$$Y = OA + V_{0y} \cdot \frac{OB}{V_{0x}} - \frac{g}{2}\left(\frac{OB}{V_{0x}}\right)^2 \qquad (6)$$

La velocità iniziale Vo, con la quale viene espulsa la bomba vulcanica dallo sfiatatoio con una certa angolatura rispetto al livello del suolo, è scomponibile nelle sue componenti vettoriali (nell'asse x e nell'asse y) del piano sul quale agisce:

Vo: $V_{ox}= V_o \cdot \cos 35°$
$V_{oy}= V_o \cdot \text{sen } 35°$

Andiamo a sostituire le relazioni ottenute nella relazione (6):

$$Y = OA + V_0 sen35° \cdot \frac{OB}{V_0 \cos 35°} - \frac{g}{2}\left(\frac{OB^2}{V_0^{\ 2}\cos^2 35°}\right)$$ essendo Y=0 si ha: (7)

$$OA + tg35° \cdot OB = \frac{g}{2}\frac{OB^2}{V_o^{\ 2}\cos^2 35°} \qquad (8)$$

Dalla quale possiamo ricavare V_0

$$V_0 = \sqrt{\frac{g}{2}\frac{OB^2}{\cos^2 35°(OA + tg35° \cdot OB)}} = \sqrt{\frac{9{,}8\frac{m}{s^2} \cdot (9{,}4 \cdot 10^3 m)^2}{2 \cdot \cos^2 35°(3{,}3 \cdot 10^3 m + tg35° \cdot 9{,}4 \cdot 10^3 m)}} \cong 2{,}56 \cdot 10^2 m/s$$

(b) - Il tempo di volo t della bomba sarà data dalla (5):

$$t = \frac{OB}{V_{0x}} = \frac{OB}{V_0 \cos 35°} = \frac{9400}{256\frac{m}{s}\cos 35°} \cong 45s$$

(c) – Se si tiene conto della resistenza dell’aria, la velocità iniziale dovrebbe essere maggiore per arrivare al punto B.

Nikita De Luca