I.I.S. – ITIS

a.s. 2019-2020

ESERCIZIO TRATTO da: "Fondamenti di fisica"
(D. Halliday, R. Resnick, J. Walker) terza ed. 2009 -Vol. Meccanica cap 8- 47

Sviluppo curato da: *Iubatti Domenico*
Docente: prof. Quintino d'Annibale

Testo:

Uno scivolo in un parco giochi ha la forma di un arco di cerchio di raggio $r = 12\ \mathrm{m}$, tangente al terreno e di altezza $h = 4\ \mathrm{m}$, come riportato in figura. Un bambino di massa $m = 25\ \mathrm{kg}$ parte da fermo dalla sommità dello scivolo e arriva in fondo alla velocità $v = 6{,}2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

- **a)** Qual è la lunghezza dello scivolo?
- **b)** Quale forza di attrito media agisce sul bambino lungo questa distanza.
- **c)** Se, invece che il terreno, fosse tangente alla circonferenza una linea verticale passante per la *sommità dello scivolo*, quali diventerebbero la lunghezza della pista,
- **d)** la forza di attrito media?

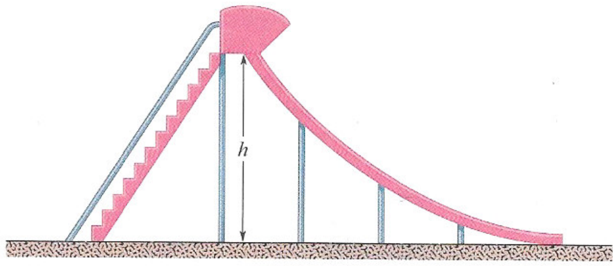

Figura 8.48 Problema 48.

Sviluppo:

a) Per la determinazione della lunghezza dello scivolo l possiamo ricorrere alla trigonometria e alla definizione di radiante, infatti osservando lo schema di figura 1, è possibile osservare che:

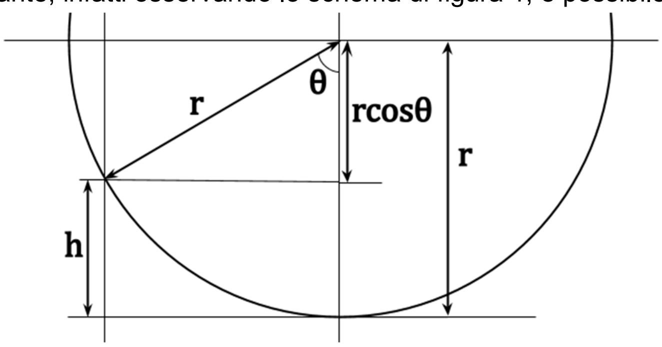

Figura 1

$$h = r - r\cos\theta$$

dove θ è l'angolo dell'arco di circonferenza l; trattandosi di un'equazione in un'incognita si ha:

$$r\cos\theta = r - h \Rightarrow \cos\theta = \frac{r-h}{r} \Rightarrow \theta = \cos^{-1}\frac{r-h}{r} = \cos^{-1}\frac{(12-4)\cancel{\mathrm{m}}}{12\cancel{\mathrm{m}}} \cong 0.83\ \mathrm{rad}$$

Da cui:

$$\theta = \frac{l}{r} \Rightarrow l = \theta r = 0{,}83\ \mathrm{rad} \cdot 12\ \mathrm{m} = 9{,}96\ \mathrm{m} \cong 10\ \mathrm{m}$$

b) Assumendo il principio di conservazione dell'energia meccanica, in condizioni ideali, abbiamo:

1) $$\Delta E_M = 0 \Rightarrow U_0 + K_0 = U_1 + K_1$$

Da cui, semplificando i termini nulli:

2) $$U_0 = K_1 \Rightarrow mgh_0 = 25\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 4\ \mathrm{m} = 980\mathrm{J} = \frac{m}{2}{v_1}^2$$

Dai dati forniti dal problema, tuttavia, si evince come l'energia residua nel punto 1) sia:

3) $$K_{r1} = \frac{m}{2}v^2 = \frac{25\ \mathrm{kg}}{2} \cdot (6{,}2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})^2 = 480{,}5\ \mathrm{J}$$

Tale differenza di energia meccanica è dovuta al fatto che la forza di attrito non è una forza conservativa e dunque non trasforma l'energia potenziale in energia cinetica e viceversa, ma bensì trasforma parte dell'energia complessiva in calore e in altre forme di energia (si veda il primo principio della termodinamica) Effettuando una differenza fra la 2) e la 3) si ottiene la variazione di energia cinetica dovuta al lavoro compiuto dalla forza di attrito, da cui è possibile risalire alla forza media applicata ricorrendo alla definizione di lavoro per una forza costante, pertanto:

4) $$L_{att,d} = K_1 - K_{r1} = 980\mathrm{J} - 480{,}5\ \mathrm{J} = 499{,}5\ \mathrm{J}$$

Ricordandoci che il lavoro di una forza non conservativa dipende dal cammino effettuato (l) e non solo dal punto iniziale e finale (h) come per le forze conservative, è possibile scrivere:

5) $$L_{att,d} = \overline{F_{att,d}}\,l \Rightarrow \overline{F_{att,d}} = \frac{L_{att,d}}{l} = \frac{499{,}5\mathrm{J}}{10\ \mathrm{m}} \cong 50\mathrm{N}$$

c) l'ipotesi formulata è che il terreno non è più tangente allo scivolo, mentre ipotizza che lo sia la linea verticale, come riportato nella figura 2. Similmente al quesito **a)**, dalla figura 2. è possibile evincere la relazione che definisce il seno dell'angolo:

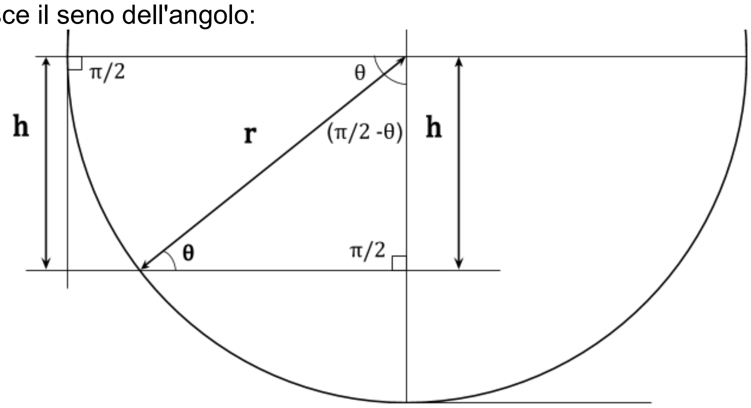

Figura 2

$$\sin\theta = \frac{h}{r} \Rightarrow \theta = \sin^{-1}\frac{h}{r} = \sin^{-1}\frac{4\ \cancel{\mathrm{m}}}{12\ \cancel{\mathrm{m}}} \cong 0{,}34\ \mathrm{rad}$$

Da cui:

$$\theta = \frac{l}{r} \Rightarrow l = \theta r = 0{,}34\ \mathrm{rad} \cdot 12\ \mathrm{m} = 4{,}08\ \mathrm{m} \cong 4{,}1\ \mathrm{m}$$

d)Da analoghe considerazioni al quesito b) si ottengono le equazioni:

6) $$L_{att,d} = \overline{F_{att,d}}\,l \Rightarrow \overline{F_{att,d}} = \frac{L_{att,d}}{l} = \frac{499{,}5\mathrm{J}}{4{,}1\ \mathrm{m}} \cong 122\ \mathrm{N}$$

Domenico Iubatti