

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO 2010

Indirizzi: SCIENTIFICO - SCIENTIFICO TECNOLOGICO

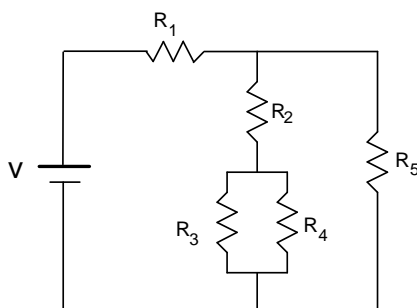
CORSO SPERIMENTALE - Progetto "BROCCA"

trascrizione del testo e redazione soluzione di Quintino d'Annibale

Secondo tema

Alla fine del Settecento il medico bolognese Galvani propose una sua interpretazione sull'origine della corrente elettrica. L'ipotesi di Galvani non fu, però, accettata dal fisico Alessandro Volta, dell'Università di Pavia, che propose un'ipotesi alternativa e costruì nel 1800 il primo generatore elettrico in corrente continua: la cosiddetta pila di Volta. Nell'Ottocento seguirono poi le ricerche dei fisici tedeschi Ohm e Kirchhoff che scoprirono le leggi dei circuiti elettrici. Il candidato:

- spieghi il principio di funzionamento della pila di Volta;
- spieghi il significato di circuito elettrico e si soffermi sulla natura e le unità di misura delle grandezze fisiche che caratterizzano un circuito elettrico in corrente continua;
- descriva teoricamente e graficamente come si collocano in un circuito elettrico gli strumenti di misura amperometro e voltmetro, con le necessarie considerazioni riguardanti la resistenza interna di questi strumenti confrontata con le resistenze presenti nel circuito;
- spieghi perché in ogni misura è necessario scegliere nello strumento la portata minima possibile;
- dato il seguente circuito in corrente continua, alimentato da una pila da 4,5 V, calcoli:



- l'intensità della corrente erogata dalla pila;
- la d.d.p. ai capi di R_1 e di R_3 ;
- l'energia dissipata, per effetto joule, da R_1 e da R_5 in 2 secondi.

I valori delle resistenze elettriche sono: $R_1 = 1,5 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 6 \Omega$, $R_4 = 3 \Omega$, $R_5 = 3 \Omega$

SOLUZIONE

a) La pila di Volta

Dalle esperienze raccolte Volta ricava le leggi:

1^a : *dal contatto fra due metalli diversi alla stessa temperatura si stabilisce una d.d.p. caratteristica della natura dei metalli.*

2^a : *In una catena di conduttori metallici tutti alla stessa temperatura, la d.d.p. tra i due metalli estremi è la stessa che si avrebbe se essi fossero a contatto diretto.*

Se al contatto tra i due metalli si inserisce una pezzuola impregnata di acqua acidula, in palese violazione della 2^a si ha la 3^a legge.

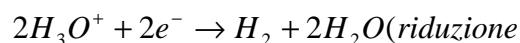
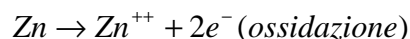
Ai fini della terza legge Volta fece una distinzione tra *conduttori di prima classe* (i metalli), ovvero quelli per cui è valida la 2^o legge e i *conduttori di seconda classe*, ovvero quei conduttori che violano la 2^o legge (soluzioni di acidi, basi e sali)

3^a : *tra due metalli della stessa natura si ha una differenza di potenziale se essi sono gli estremi di una catena di conduttori della quale fanno parte due metalli diversi con interposto un conduttore di seconda classe.*

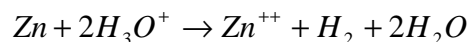
Alla luce di quanto trovato Volta realizza la “pila” (generatore di forza elettromotrice), cioè un’ unità composta da coppie di dischi di rame e zinco a contatto, alternati da una pezzuola imbevuta con una soluzione acida (acido solforico, per il quale non vale la 2^a legge), tale sistema consente di sommare le d.d.p. generate dalle singole coppie.

Dal punto di vista elettrochimico:

A contatto con l’acqua, una parte delle molecole di acido solforico si scinde in ioni H_3O^+ e SO_4^- , il dischetto di zinco a contatto con questa soluzione subisce una ossidazione rilasciando due elettroni e manda ioni Zn^{++} in soluzione:



Complessivamente:



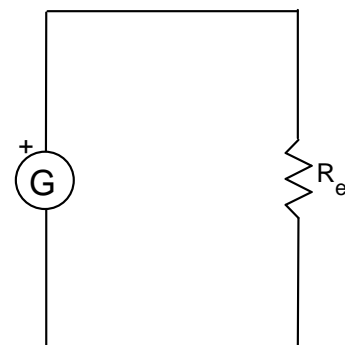
e altrettanto accade per la lastrina di rame, la quale rilascia ioni Cu^{++} . Il flusso di ioni che passano dal metallo alla soluzione e viceversa è, costante. In seguito alla perdita di ioni positivi, sia il dischetto di zinco che quello di rame acquistano un potenziale negativo rispetto alla soluzione, ma in valore assoluto il potenziale dello zinco è maggiore di quello del rame. Ciò significa che tra il dischetto di rame e quello di zinco esiste una differenza di potenziale che è detta **forza elettromotrice** della pila con il rame polo positivo e lo zinco negativo.

Questa corrente tende a diminuire nel tempo perché parte dell’idrogeno prodotto dagli ioni H_3O^+ dell’acido solforico (H_2) rimane aderente al rame, alterando il potenziale rame - soluzione.

b) Il circuito elettrico

Si definisce *circuito elettrico* l’interconnessione di elementi elettrici collegati insieme in un percorso chiuso in modo che la corrente possa fluire con continuità¹

Un semplice circuito elettrico in c.c., è rappresentato da un generatore di *fem* (*ideale o reale*), collegato ad un utilizzatore (R_e) in cui le cariche elettriche partono dal generatore con un potenziale V_a e vi tornano con potenziale V_b , dopo aver effettuato un percorso chiuso, in cui la d.d.p. viene trasformata in normalmente in energia termica.



Un tale circuito obbedisce alle leggi di Ohm, Kirchhoff, Joule.

Le grandezze che caratterizzano un circuito elettrico in corrente continua sono:

¹ Da Wikipedia

- la *forza elettromotrice fem* ai capi del generatore, capace di mantenere inalterata una d.d.p. agli estremi del circuito, essa è definita come il lavoro necessario per portare la carica q dal potenziale minore (negativo) al potenziale maggiore (positivo) quindi dal rapporto

$$fem = \frac{L}{q}$$

Le unità di misura nel sistema S.I. è $J/C=V$ (volt) in altri termini 1 V è il lavoro di 1J fatta per spostare la carica di 1C.

Caso ideale: la *fem* e la *ddp* del generatore coincidono, in quanto si considera nulla la resistenza interna del generatore.

Caso reale: $fem = d.d.p. - R_i \cdot i$ (*ohm generalizzata*)

dove R_i è la *resistenza interna del generatore*. Diremo che la *d.d.p.* è uguale alla *fem* a circuito aperto.

- la *differenza di potenziale* ΔV tra due punti A e B, è definita come lavoro necessario per spostare la carica unitaria da A a B. In termini di energia potenziale $V=U/q$:

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{U_B}{q} - \frac{U_A}{q} = \frac{\Delta U}{q}$$

la differenza $\Delta U = U_B - U_A = -L$ pertanto:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = -\frac{L}{q}$$

Come nel caso della forza elettromotrice, l'unità di misura S.I. della differenza di potenziale è il volt.

- l'*intensità di corrente elettrica*, i è definita come la quantità di carica che attraversa una data sezione del conduttore, nel tempo Δt , si calcola:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Trattandosi di grandezze riferite ad un circuito in c.c. non meglio definito, converrebbe dare una definizione più generale di intensità di corrente, anche nel caso di variabilità di i

$$i(t) = \frac{dq}{dt}$$

l'unità di misura nel Sistema Internazionale della corrente è l'Ampère (simbolo(A)) definita come la carica di 1C che attraversa una sezione in 1 secondo $1A = 1C/1s$

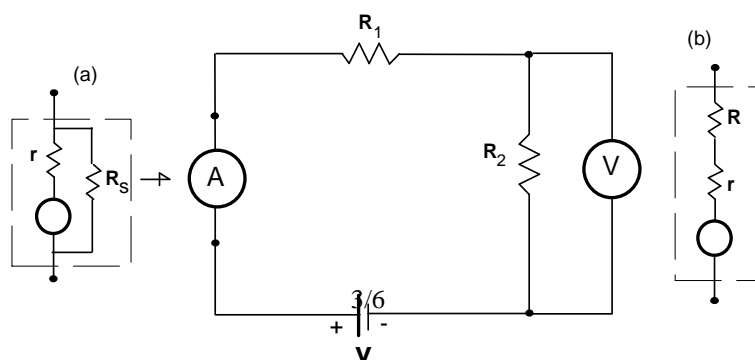
- la *resistenza elettrica* R di un conduttore ohmico, cioè che obbedisce alle leggi di Ohm per cui il rapporto tra d.d.p. applicata agli estremi del conduttore e la corrente che si genererà al suo interno è uguale ad una costante (R) legata alla natura del materiale a parità di lunghezza e sezione. La prima legge di Ohm recita:

$$\frac{V}{i} = K = R$$

Dalla seconda di Ohm: $R = \rho \frac{l}{A}$ (l ed A rispettivamente, lunghezza e sezione del conduttore, ρ resistività o resistenza specifica del materiale)

Dalla formula precedente si vede che l'unità di misura S.I. della resistenza è l'*ohm* (Ω)= $Volt (V)/Ampère(A)$ e ρ ha U.M. $\Omega \cdot m$

c) Amperometro-Voltmetro



Nella loro versione tradizionale, questi strumenti sono basati entrambi su un rivelatore di corrente a bobina mobile, che quando è attraversato da corrente, genera una rotazione della stessa che ne permette la misura. Il rivelatore a bobina mobile è, in realtà, un sensibile amperometro che presenta una certa resistenza interna r e sopporta, per motivi costruttivi, una corrente massima I_m molto bassa.

L'inserimento degli strumenti modifica leggermente lo stato del circuito:

L'amperometro infatti, somma la sua resistenza in serie al ramo di circuito in cui viene inserito aumentando la resistenza equivalente R_e , riducendo così la corrente che lo percorre;

Il voltmetro collega la sua resistenza in parallelo a quella esistente tra i punti analizzati (in fig. R_2), di conseguenza riduce quella equivalente e aumenta la corrente nel circuito.

Per rendere minimi questi errori sistematici, *si minimizza la resistenza interna degli amperometri e, al contrario, si rende molto grande quella dei voltmetri.*

Per completezza:

Nell'amperometro, per rendere possibile la misura di correnti più elevate di I_m , viene collegata *in parallelo* una resistenza di *shunt* R_s (fig a), di valore molto basso; dato che le correnti che attraversano i rami di un parallelo hanno intensità inversamente proporzionali alle resistenze dei rami, quella incognita si ripartisce tra R_s e r in proporzioni note, e ciò consente, dalla misura dell'intensità della corrente che passa per r , di risalire a quella incognita.

Per realizzare un voltmetro (fig. b), al rivelatore viene invece collegata una resistenza molto elevata *in serie*, in modo da rendere la corrente che lo percorre non superiore a I_m ; in questo modo la tensione incognita si ripartisce tra r e R proporzionalmente su loro valori, cosicché, dalla misura della caduta di tensione su r , si può ottenere quella incognita.

d) Portata minima strumento

La scelta di una portata minima per una data lettura, è dettata dal dover rendere minima l'incertezza (errore) della misura, questo viene assicurato dall'aumento della sensibilità dello strumento stesso, scegliendo un fondo scala piccolo (in riferimento alla misura e alle divisioni di scala). Se indichiamo con F_s il valore di fondo scala e ΔX il valore minimo che uno strumento tarato può apprezzare, cioè il valore che determina uno spostamento di un intervallo dell'indice, la sensibilità s è data da:

$$s = \frac{1}{\Delta X} \quad \text{ed essendo} \quad \Delta X = \frac{F_s}{div} \Rightarrow s = \frac{div}{F_s}$$

Si evidenzia, come riducendo il fondo scala aumenti la sensibilità dello strumento.

Esempio: un voltmetro con scala n° 30 divisioni ($div=30$) e fondo scala 3V o 30V avrà sensibilità rispettivamente di:

$$s = \frac{div}{F_s} = \frac{30div}{3V} = 10div/V (F_s = 3V)$$

$$s = \frac{div}{F_s} = \frac{30div}{30V} = 1div/V (F_s = 30V)$$

Risulta evidente da questo esempio, che la lettura con F_s più piccola è 10 volte più sensibile.

In termini di incertezza relativa, possiamo parlare di incertezza (errore) di sensibilità per una misura X effettuata su F_s diversa a parità di $div..$ Per una data misura X , esso è riferito in genere ² alla metà del valore minimo apprezzabile tra due intervalli ΔX :

$$i_r = \frac{\Delta X}{X} = \frac{1}{X} = \frac{1}{s \cdot X}$$

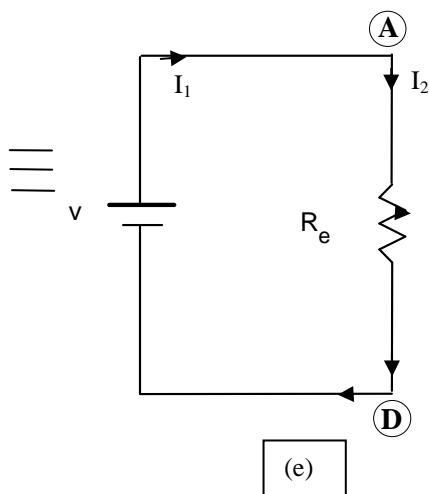
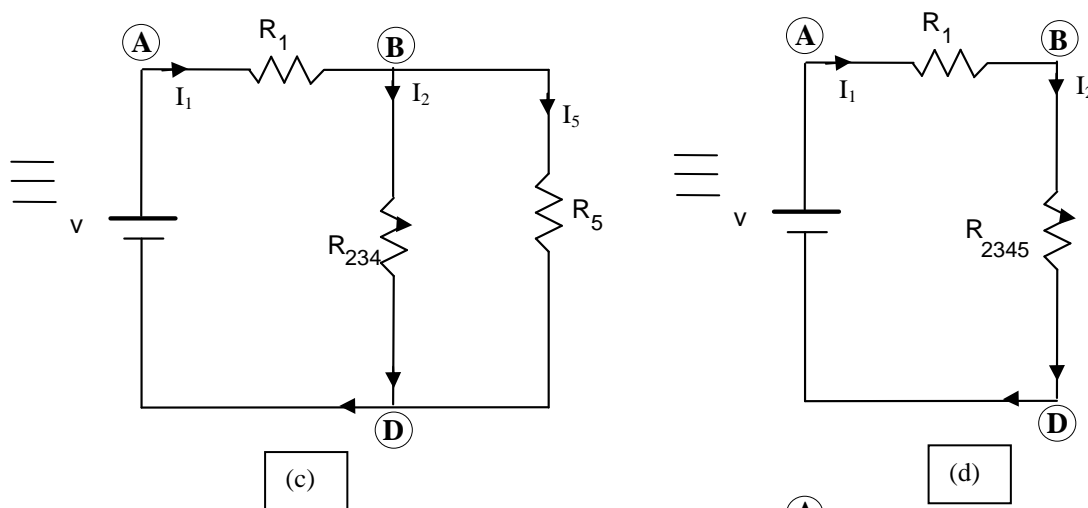
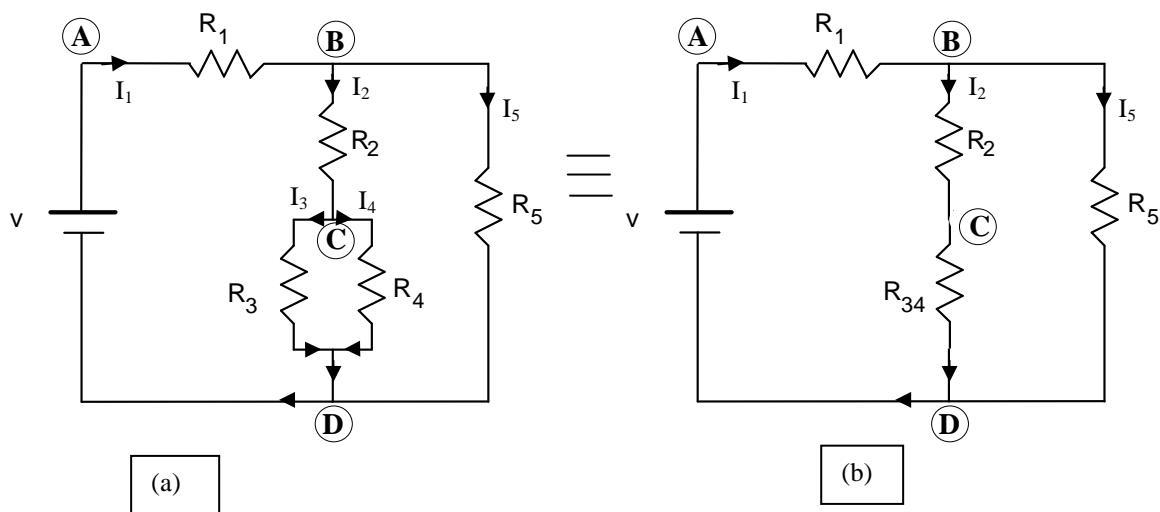
È evidente, che aumentando la sensibilità s , l'incertezza relativa alla misura X diminuisca.

² Questo tipo di convenzione non è sempre utilizzata infatti in caso di divisione estremamente fitte si assume il valore dell'intervallo ΔX

e) Problema

Il circuito, è un semplice circuito Ohmico con resistenze serie- parallelo.

Per risolvere i tre quesiti richiesti, semplifichiamo il circuito in schemi equivalenti:



1.

La soluzione del problema almeno per il punto 1., potrebbe essere affrontata in modi diversi, ne propongo uno utilizzando la resistenza equivalente³.

³ Si potrebbe giungere allo stesso risultato utilizzando la legge delle maglie, integrata da quella di Ohm.

Per determinare l'intensità di corrente erogata dalla pila, occorre determiniamo la R_e , iniziando dal parallelo R_3 R_4 (schema b):

$$\frac{1}{R_{34}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{3\Omega} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow R_{34} = 2\Omega$$

Dallo schema (c) si ha:

$$R_{234} = R_2 + R_{34} = 1\Omega + 2\Omega = 3\Omega$$

Dallo schema (d) si ha:

$$\frac{1}{R_{2345}} = \frac{1}{R_{234}} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{3\Omega} = \frac{2}{3} \Rightarrow R_{2345} = \frac{3}{2} = 1,5\Omega$$

Infine dal circuito equivalente (e):

$$R_e = R_1 + R_{2345} = 1,5\Omega + 1,5\Omega = 3\Omega$$

Applicando la I Legge di Ohm al circuito equivalente (e) si ha:

$$I_1 = \frac{V}{R_e} = \frac{4,5V}{3\Omega} = 1,5A$$

2.

Per determinare la d.d.p. ai capi di R_1 applichiamo di nuovo la I legge di Ohm tra i punti A-B per i capi di R_1

$$V_{AB} = R_1 I_1 = 1,5\Omega \cdot 1,5A = 2,25V$$

Per la d.d.p. ai capi di R_3 occorre conoscere il valore di I_2 , essendo V_{CD} comune sia a R_3 che R_4 e, uguale a $V_{CD} = R_{34} \cdot I_2$

Applicando la I legge di Kirchhoff al nodo B si ha:

$$I_2 = I_1 - I_5$$

Occorre pertanto determinare I_5 . Considerato che $I_5 = \frac{V_{BD}}{R_5}$ Bisogna calcolare la d.d.p. ai capi B-D

(schema(d)) si ha:

$$V_{BD} = V - V_{AB} = 4,5V - 2,25V = 2,25V$$

$$I_5 = \frac{V_{BD}}{R_5} = \frac{2,25V}{3\Omega} = 0,75A \quad \text{e quindi:} \quad I_2 = I_1 - I_5 = 1,5A - 0,75A = 0,75A$$

$$V_{CD} = R_{34} I_2 = 2,0\Omega \cdot 0,75A = 1,5V$$

3.

L'energia dissipata per effetto Joule da R_1 e da R_3 è data dalle relazioni:

$$E_{R1} = R_1 \cdot I_1^2 \cdot t$$

$$E_{R3} = R_3 \cdot I_3^2 \cdot t$$

Il primo valore è immediato, in quanto sono note tutte le grandezze, il secondo necessita del calcolo di I_3

$$I_3 = I_2 - I_4 = \frac{V_{CD}}{R_3} = \frac{1,5V}{6\Omega} = 0,25A \quad \text{pertanto} \quad \begin{aligned} E_{R1} &= R_1 \cdot I_1^2 \cdot t = 1,5\Omega \cdot (1,5A)^2 \cdot 2s = 6,75J \\ E_{R3} &= R_3 \cdot I_3^2 \cdot t = 6\Omega \cdot (0,25A)^2 \cdot 2s = 0,75J \end{aligned}$$

Quintino d'Annibale