

Tema dell'esame di stato della maturità scientifica sperimentale 1994

TRATTO DAL LIBRO DI TESTO "Fondamenti di fisica" (D. Halliday, R. Resnick, J. Walker)

Sviluppo curato da: **Francesca Caporale**
 Docente: *prof. Quintino D'Annibale*

Classe 5 L.S.T. - A
a.s. 2005/2006

Testo

Un condensatore caricato a 100 V ed elettricamente isolato, è costituito da due armature rettangolari di base 10 cm, altezza 20 cm e distanti tra loro 1 cm. Le due armature sono poste in posizione verticale all'interno di un recipiente di materiale isolante, come nella figura. Si ricavi la funzione $C(x)$ che descrive l'andamento della capacità del condensatore in funzione del livello crescente di x dell'olio nel recipiente e la si rappresenti graficamente.

Sviluppo

Essendo il condensatore elettricamente isolato, la carica presente sullo stesso non potrà variare. Ed essendo il recipiente isolante allo stesso modo, non può esserci flusso di carica. Possiamo a questo punto esprimere la capacità in funzione dei soli parametri geometrici e ambientali :

$$C_0 = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} = \epsilon_0 \cdot \frac{b \cdot h}{d} \quad (1)$$

La capacità con l'inserimento del dielettrico diventerà invece :

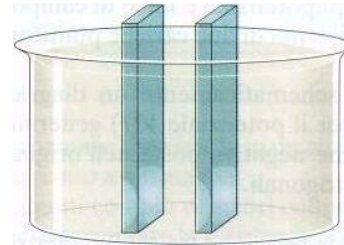


Figura 1

$$C_r = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{b \cdot h}{d} \quad (2)$$

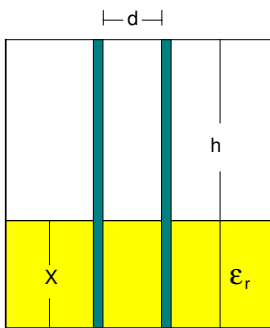


Figura 2

Disegnando il potenziale andamento dell'olio, possiamo notare come il condensatore possa in realtà essere considerato somma di due condensatori in parallelo.

Come richiesto dal testo, esprimiamo l'altezza variabile dell'olio come x e quella rimanente come $h - x$.

Essendo, come già detto, considerabile come somma di condensatori paralleli, la capacità equivalente sarà :

$$C_e = C_0 + C_r = \epsilon_0 \cdot \frac{b \cdot (h - x)}{d} + \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{b \cdot x}{d} = \quad (3)$$

E mettendo in comune:

$$= \epsilon_0 \cdot \frac{b}{d} [(h - x) + \epsilon_r \cdot x] = \epsilon_0 \cdot \frac{b}{d} [h + x \cdot (\epsilon_r - 1)] \quad (4)$$

Il risultato da noi espresso è però diverso da quello riportato dal libro, in quanto in questo ultimo la capacità è espressa in funzione della percentuale, ovvero l'altezza dell'olio è pari a $h \cdot x$ e quella rimanente a $h \cdot (1 - x)$. Andando a sostituire, e successivamente mettendo in comune :

$$C_e = C_0 + C_r = \epsilon_0 \cdot \frac{b \cdot h \cdot (1 - x)}{d} + \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{b \cdot h \cdot x}{d} = \epsilon_0 \cdot \frac{b \cdot h}{d} \cdot [(1 - x) + \epsilon_r \cdot x] = \epsilon_0 \cdot \frac{b \cdot h}{d} \cdot [1 + x \cdot (\epsilon_r - 1)] \quad (5)$$

Ovvero il risultato del libro. In entrambi i casi il ragionamento è stato possibile in quanto l'olio può essere assimilato ad un dielettrico.

La capacità passa da un valore minimo pari a quello in assenza dell'olio, a uno massimo nel momento in cui il condensatore sarà completamente riempito dal dielettrico.

$$C_i = C_0 = \epsilon_0 \cdot \frac{b \cdot h}{d} = \epsilon_0 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-2} m \cdot 20 \cdot 10^{-2} m}{10^{-2} m} = \epsilon_0 \cdot 200 cm \quad (6)$$

$$C_f = C_r = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{b \cdot h}{d} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{10 \cdot 10^{-2} m \cdot 20 \cdot 10^{-2} m}{10^{-2} m} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot 200 cm \quad (7)$$

Il grafico della $C=f(x)$ fig. 2, ha un andamento lineare, in quanto l'incognita è di primo grado.

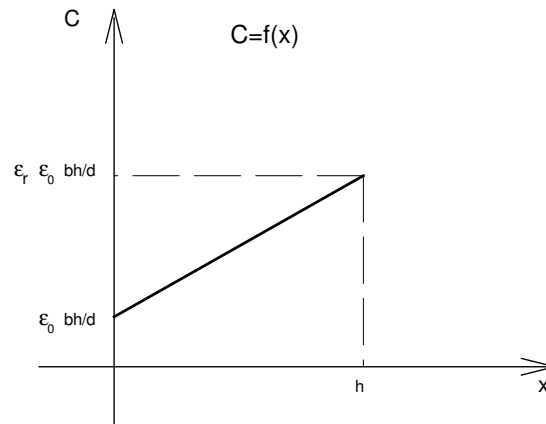


Figura 3

F. Caporale