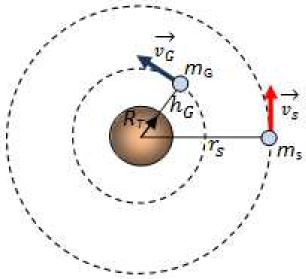
ESERCIZIO TRATTO da: Corso di FISICA – linx editore – J. Walker

Testo

Un satellite e posto nell'orbita terrestre, 1000 km più in alto dell'altitudine di un satellite geostazionario (come sappiamo 1'altitudine di un satellite geostazionario è di circa 35800 km).

a) II periodo di questo satellite e maggiore o minore di 24 ore?
b) Visto dalla superficie terrestre, il satellite si muove verso est o verso ovest? Giustifica la risposta.
c) Determina il periodo del satellite



Sviluppo

a) A questo quesito si può rispondere determinando la relazione che ci da il periodo di rotazione e confrontandolo con quello del satellite geostazionario.

Dalla legge della gravitazione universale di Newton e seconda legge di Newton abbiamo che la forza di attrazione gravitazionale deve essere uguale a quella centripeta necessaria a tenere i satelliti in orbita intorno alla terra:

$$G\frac{M_T \cdot m_s}{{r_s}^2} = F_c = m_s\frac{{v_s}^2}{r_s} \qquad (1)$$

Semplificando la (1) e risolvendo rispetto a v_s si ha:

$$v_s = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r_s}} \qquad (2)$$

Il periodo del satellite si determinare dalla relazione tra spazio percorso (la circonferenza dell'orbita) e velocità periferica:

$$T_s = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_s}{v_s} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_s}{\sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r_s}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 {r_s}^3}{G \cdot M_T}} \quad [1] \qquad (3)$$

Allo stesso modo si ha il periodo del satellite geostazionario (24 h)

$$T_G = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 {r_G}^3}{G \cdot M_T}} \qquad (4)$$

Quindi essendo $r_s > r_G \quad \Rightarrow T_s > T_G$

b) Essendo il periodo del satellite maggiore di quello terrestre (24h), la velocità angolare sarà minore quindi descrive angoli minori nello stesso tempo, pertanto un osservatore sulla superficie terrestre, vedrà il satellite muoversi verso ovest.

c) Utilizzando la (3) si può determinare il periodo cercato*:*

$$T_s = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 {r_s}^3}{G \cdot M_T}} \qquad (5)$$

$$r_s = (R_T + h_G + 1000)km = (6400 + 35800 + 1000)km = 4{,}32 \cdot 10^7 m$$

$$T_s = \sqrt{\frac{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot (4{,}32 \cdot 10^7 m)^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 5{,}9710^{24} kg}} \cong 89358\, s \cong \frac{89358\, s}{3600\,\frac{s}{H}} \cong 25H$$

Q. d'Annibale

([1]) Allo stesso si poteva arrivare applicando la terza legge di keplero

$$\frac{{T_s}^2}{{r_s}^3} = \frac{4 \cdot \pi^2}{G \cdot M_T} \quad \Rightarrow \quad T_s = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 {r_s}^3}{G \cdot M_T}}$$